〈解答〉

$\boxed{1}$ (1)　$a=\dfrac{1}{2}$　(2)　$y=x+4$　(3)　①　$-\dfrac{1}{2}t^2+t+4$　②　$\left(-\dfrac{4}{3},\ \dfrac{8}{3}\right)$

$\boxed{2}$ (1)　ア　対頂角　イ　COF　ウ　それぞれの中点で交わる

(2)　$\angle x=79°$

(3)　$\dfrac{3}{20}$倍

配点　$\boxed{2}$(1)各 1 点，他各 2 点　15点満点

〈解説〉

$\boxed{1}$ (1)　点A（4， 8）より，関数㋐の式である $y=ax^2$ に $x=4$，$y=8$ を代入して，

$8=a\times 4^2$

$16a=8$ より，$a=\dfrac{1}{2}$

(2)　点Bの x 座標は -2 なので，関数㋐の式である $y=\dfrac{1}{2}x^2$ に $x=-2$ を代入して，

$y=\dfrac{1}{2}\times(-2)^2=2$

関数㋑のグラフはA（4， 8），B（－2， 2）を通るので，その傾きは，

$\dfrac{8-2}{4-(-2)}=1$

関数㋑の式を $y=x+b$ とおき，点Aを通ることから $x=4$，$y=8$ を代入して，

$8=4+b$ より，$b=4$

したがって，関数㋑の式は $y=x+4$

(3)　①　点P，Q，Hの x 座標は t なので，

点Pの y 座標は，関数㋑の式より $y=t+4$ と表され，

$PH=t+4$

点Qの y 座標は，関数㋐の式より $y=\dfrac{1}{2}t^2$ と表され，

$QH=\dfrac{1}{2}t^2$

よって，

$PQ=PH-QH$

$=t+4-\dfrac{1}{2}t^2=-\dfrac{1}{2}t^2+t+4$

②　PQ：QH＝2 ： 1より，

$$\left(-\frac{1}{2}t^2+t+4\right):\frac{1}{2}t^2=2:1$$

$$t^2=-\frac{1}{2}t^2+t+4$$

$$\frac{3}{2}t^2-t-4=0$$

$$3t^2-2t-8=0$$

$$t=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times3\times(-8)}}{2\times3}$$

$$=\frac{2\pm\sqrt{4+96}}{6}$$

$$=\frac{2\pm\sqrt{100}}{6}$$

$$=\frac{2\pm10}{6}$$

$$t=\frac{2+10}{6}=2,\quad t=\frac{2-10}{6}=-\frac{4}{3}$$

$-2<t<0$ なので，$t=-\frac{4}{3}$

よって，点Pのy座標は $t+4=-\frac{4}{3}+4=\frac{8}{3}$

したがって，点P $\left(-\frac{4}{3},\ \frac{8}{3}\right)$

$\boxed{2}$ (1) 〔証明〕

△AOEと△COFにおいて，

点Oは長方形の対角線の交点なので，

AO＝CO …①

AD∥BCより，平行線の錯角は等しいので，

∠OAE＝∠OCF …②

$\boxed{\text{ア　対頂角}}$ は等しいので，

∠AOE＝∠ $\boxed{\text{イ　COF}}$ …③

①，②，③より，１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△AOE≡△COF

合同な図形の対応する辺は等しいので，

EO＝FO …④

①，④より，

対角線が $\boxed{\text{ウ　それぞれの中点で交わる}}$ ので，

四角形AECFは平行四辺形である。

(2) 点Oは長方形ABCDの対角線の交点だから，

AO＝DO

よって，△OADは二等辺三角形となり，

$\angle ODA = \angle OAD = 36°$

△OADの内角と外角の関係より，

$\angle AOG = 36° \times 2 = 72°$　　…Ⅰ

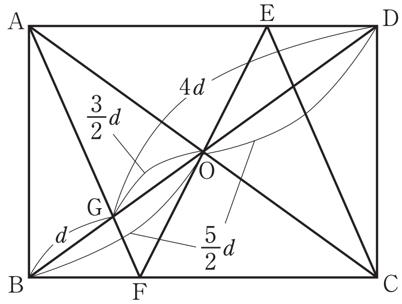
⑴より四角形AECFは平行四辺形だから，AF∥ECであり，平行線の錯角は等しいから，

$\angle OAF = \angle OCE = 29°$　　…Ⅱ

Ⅰ，Ⅱと△OAGの内角より，

$\angle x = \angle AGO = 180° - 72° - 29° = 79°$

⑶　BG：GD＝1：4より，BG＝d，GD＝4dとすると，下の図より，



$BD = d + 4d = 5d$

$BO = DO = \frac{1}{2} \times BD = \frac{1}{2} \times 5d = \frac{5}{2}d$

$GO = BO - BG = \frac{5}{2}d - d = \frac{3}{2}d$

よって，

$BG : GO : DO = d : \frac{3}{2}d : \frac{5}{2}d = 2 : 3 : 5$

$\triangle ABG : \triangle AGO : \triangle AOD = BG : GO : DO$

$= 2 : 3 : 5$

長方形ABCDの面積をSとすると，

$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times S = \frac{1}{2}S$

したがって，

$\triangle AGO = \triangle ABD \times \frac{3}{2+3+5}$

$= \frac{1}{2}S \times \frac{3}{10} = \frac{3}{20}S$

よって，$\frac{3}{20}$倍