〈解答〉

1　(1)　(4 , − 8)　　(2)　①　$\frac{3}{2}t^2$　　②　16π

2　(1)　ア　対頂角　　イ　COF　　ウ　対角線がそれぞれの中点で交わる

(2)　$180-2a-b$〔°〕

(3)　$\frac{20}{7}$倍

配点　2(1)各1点，他各2点　13点満点

〈解説〉

1　(1)　点Eのx座標は点Dのx座標と同じく4なので，関数④の式である$y=-\frac{1}{2}x^2$に$x=4$を代入して，

$$y=-\frac{1}{2}\times 4^2$$
$$=-8$$

よって，その座標は

(4 , − 8)

となる。

(2)①　関数⑦の式である$y=x^2$に$x=t$を代入して，

$$y=t^2$$

関数④の式である$y=-\frac{1}{2}x^2$に$x=t$を代入して，

$$y=-\frac{1}{2}t^2$$

よって，D，Eの座標はそれぞれ

$$(t,\ t^2),\ (t,\ -\frac{1}{2}t^2)$$

と表されるので，

$$DE=t^2-\left(-\frac{1}{2}t^2\right)$$
$$=\frac{3}{2}t^2$$

と表される。

②　AはDとy軸について線対称な位置にあるので，そのx座標は$-t$と表される。

よって，

$$AD=t-(-t)$$

$= 2t$

とおける。$\mathrm{AD} = \dfrac{2}{3}\mathrm{DE}$なので，

$$2t = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2}t^2$$

という方程式が成り立ち，この方程式を解くと，

$t = 0,\ 2$

となるが，$t > 0$ なので，

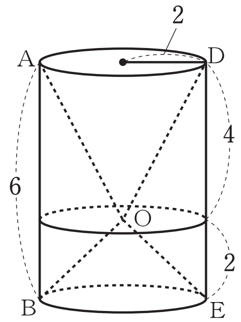
$t = 0$ は問題に合わない。

$t = 2$ は問題に合う。

したがって，

D(2，4)，E(2，−2)

である。△DOEをy軸を中心に1回転してできる立体は，右の図のように，半径2，高さ6の円柱から，半径2，高さ4の円すいと半径2，高さ2の円すいをくり抜いたものになるので，その体積は，



$$\pi \times 2^2 \times 6 - \frac{1}{3}\pi \times 2^2 \times 4 - \frac{1}{3}\pi \times 2^2 \times 2$$

$= 16\pi$

である。

$\boxed{2}$ (1) 〔証明〕

△AOEと△COFにおいて，

点Oは長方形の対角線の交点なので，

AO＝CO …①

平行線の錯角なので，

∠OAE＝∠OCF …②

$\boxed{\text{ア　対頂角}}$ なので，

∠AOE＝∠ $\boxed{\text{イ　COF}}$ …③

①，②，③より，

1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△AOE≡△COF

対応する辺なので，EO＝FO …④

①，④より，

$\boxed{\text{ウ　対角線がそれぞれの中点で交わる}}$ ので，

四角形AECFは平行四辺形である。

(2) 平行線の錯角なので，

∠OCB＝∠OAD＝a°

長方形の2本の対角線は等しく，対角線はそれぞれの中点で交わるので，△OBCはOB＝OCの二等辺三角形である。よって，

$\angle OBC = \angle OCB = a°$

$\triangle$OBCの外角なので,

$\angle AOG = \angle OBC + \angle OCB$

$= 2a°$

(1)の証明より，平行線の錯角なので,

$\angle OAG = \angle OCE = b°$

$\triangle$OAGの内角より,

$\angle AGO = 180° - \angle AOG - \angle OAG$

$= 180° - 2a° - b°$

$= 180 - 2a - b$〔°〕

(3)　長方形ABCDの面積を S とすると,

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 長方形ABCD$$

$$= \frac{1}{2}S$$

AO＝CO なので,

$$\triangle AOB = \triangle BOC = \frac{1}{2} \times \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{4}S$$

BG：GO＝6：7なので,

$$\triangle ABG = \frac{6}{6+7} \times \triangle AOB$$

$$= \frac{6}{13} \times \frac{1}{4}S$$

$$= \frac{3}{26}S$$

CF：FB＝AE：ED＝7：3なので,

$$\triangle BOF = \frac{3}{7+3} \times \triangle BOC$$

$$= \frac{3}{10} \times \frac{1}{4}S$$

$$= \frac{3}{40}S$$

BG：GO＝6：7なので,

$$\triangle OFG = \frac{7}{6+7} \times \triangle BOF$$

$$= \frac{7}{13} \times \frac{3}{40}S$$

$$=\frac{21}{520}S$$

以上より，△ABGの面積は△OFGの面積の

$$\triangle ABG \div \triangle OFG = \frac{3}{26}S \div \frac{21}{520}S$$

$$= \frac{20}{7} \text{〔倍〕}$$

である。

なお，問題文中に与えられた条件

BG：GO＝６：７

であることは，次のようにして求めることができる。

CF：FB＝AE：ED＝７：３なので，

$$\triangle ACF = \frac{3}{7+3} \times \triangle ABC$$

$$= \frac{7}{10} \times \frac{1}{2}S$$

$$= \frac{7}{20}S$$

$$\triangle ABF = \frac{3}{7+3} \times \triangle ABC$$

$$= \frac{3}{10} \times \frac{1}{2}S$$

$$= \frac{3}{20}S$$

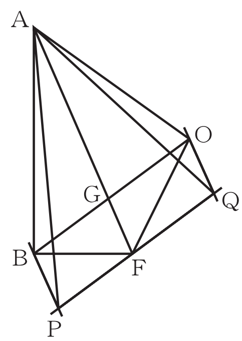
AO＝COなので，

$$\triangle AOF = \frac{1}{2} \times \triangle ACF$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{7}{20}S$$

$$= \frac{7}{40}S$$

右の図のように，Ｆを通ってBGに平行な直線，Ｂ，Ｏを通ってAFに平行な直線を引き，それぞれの交点をＰ，Ｑとすると，



△ABF＝△APF

△AOF＝△AQF

なので，

$$\triangle APF : \triangle AQF = \frac{3}{20}S : \frac{7}{40}S$$

$$= 6 : 7$$

よって，

$$\mathrm{PF} : \mathrm{QF} = \triangle \mathrm{APF} : \triangle \mathrm{AQF}$$
$$= 6 : 7$$

となり，

$$\mathrm{BG} : \mathrm{GO} = \mathrm{PF} : \mathrm{FQ}$$
$$= 6 : 7$$