

〈解答〉

- ① (1) 72cm^3 (2) $PS : SQ = 2 : 3$
 ② (1) ア 90 イ 正方形 ウ DG エ 斜辺と他の1辺
 (2) $\frac{50}{3}\text{cm}^2$

配点 ②(1)各1点, 他各2点 10点満点

〈解説〉

- ① (1) 図1の三角すいにおいて、 $\angle QAR$ 、 $\angle PAQ$ 、 $\angle PAR$ はいずれも 90° なので、 $\triangle AQR$ を底面、辺PAを高さで見なすと、

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times 12 = 72 \text{ [cm}^3\text{]}$$

- (2) 2つの立体(三角すいA-PRS, 三角すいA-QRS)において、切断面である面ARSは共通な面なので、

$$\triangle APR + \triangle APS + \triangle PRS$$

の値と

$$\triangle AQR + \triangle AQS + \triangle QRS$$

の値が等しくなればよい。つまり、図1の三角すいの展開図である右の図より、

$$\triangle A_1PR + \triangle A_2PS + \triangle PRS$$

の値が正方形 AA_1PA_2 の面積の半分になればよい。

$$\begin{aligned} \triangle A_1PR &= \triangle A_2PQ \\ &= \frac{1}{2} \times 6 \times 12 \\ &= 36 \text{ [cm}^2\text{]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangle PQR &= 12^2 - 36 \times 2 - \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \\ &= 54 \text{ [cm}^2\text{]} \end{aligned}$$

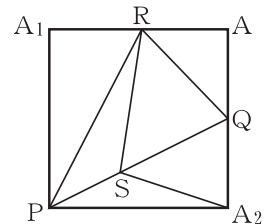
なので、 $PQ : PS = 1 : x$ とすると、

$$\begin{aligned} \triangle A_2PS &= 36 \times \frac{x}{1} \\ &= 36x \text{ [cm}^2\text{]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangle PRS &= 54 \times \frac{x}{1} \\ &= 54x \text{ [cm}^2\text{]} \end{aligned}$$

と表されるので、

$$36 + 36x + 54x = 12^2 \div 2$$



より,

$$x = \frac{2}{5}$$

よって,

$$\begin{aligned} PS : SQ &= \frac{2}{5} : \left(1 - \frac{2}{5}\right) \\ &= \frac{2}{5} : \frac{3}{5} \\ &= 2 : 3 \end{aligned}$$

② (1) [証明]

△DCFと△DBGにおいて,

仮定より,

$$\angle DFC = \angle DGB = \boxed{\text{ア}} \ 90^\circ \dots \text{①}$$

また, $GE = FE$ より,

四角形DFEGは $\boxed{\text{イ}}$ 正方形だから,

$$DF = \boxed{\text{ウ}} \ DG \dots \text{②}$$

△BDCは直角二等辺三角形だから,

$$DC = DB \dots \text{③}$$

①, ②, ③より, 直角三角形の $\boxed{\text{エ}}$ 斜辺と他の1辺 がそれぞれ等しいので,

$$\triangle DCF \equiv \triangle DBG$$

合同な三角形の対応する角の大きさは等しいので,

$$\angle DCF = \angle DBG$$

(2) 右下の図のように, $\triangle DCF \equiv \triangle DBG$ より,

$$DF = DG \dots \text{④}$$

$$\angle CDF = \angle BDG \dots \text{⑤}$$

⑤と $\angle CDH = \angle BDA = 90^\circ$ より,

$$\angle FDH = \angle GDA \dots \text{⑥}$$

また,

$$\angle DFH = \angle DGA = 90^\circ \dots \text{⑦}$$

④, ⑥, ⑦より, 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので,

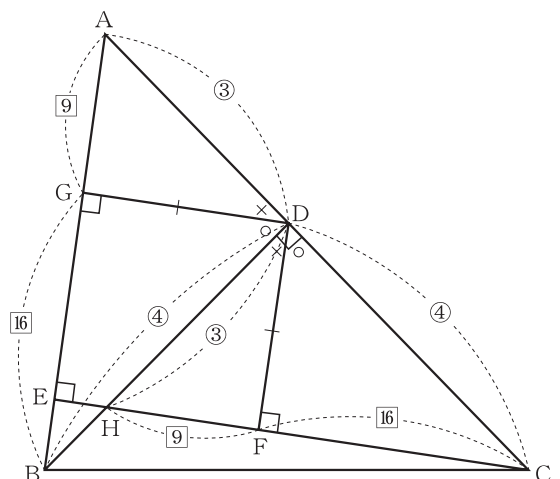
$$\triangle DFH \equiv \triangle DGA$$

よって,

$$HF : CF = AG : BG = 9 : 16$$

なので,

$$\begin{aligned} \triangle HDC &= \triangle DCF \times \frac{9+16}{16} \\ &= 32 \times \frac{25}{16} \end{aligned}$$



$$= 50 \text{ [cm}^2\text{]}$$

また,

$$DH : DB = DA : DC = 3 : 4$$

なので,

$$\triangle HBC = \triangle HDC \times \frac{4-3}{3}$$

$$= 50 \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{50}{3} \text{ [cm}^2\text{]}$$