〈解答〉

1 (1) 100π cm³

(2) ① 90π cm²　② 12cm　③ イ

2 (1) ア AD　イ AED　ウ ABD　エ 斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい

(2) $\frac{3}{2}$ cm²

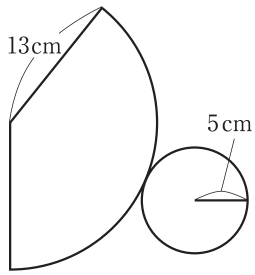
配点　2(1)各１点，他各２点　14点満点

〈解説〉

1 (1) 容器Ｘは底面の半径が５cm，深さが12cmの円錐の形をしているので，その容積は，

$$\frac{1}{3}\times\pi\times 5^2\times 12=100\pi\ \text{〔cm}^3\text{〕}$$

(2) 開いている底面を閉じた場合の容器Ｘの展開図は，右の図のようになっている。



側面のおうぎ形の面積は，

$$\pi\times 13^2\times\frac{2\pi\times 5}{2\pi\times 13}$$

$$=65\pi\ \text{〔cm}^2\text{〕}$$

で，底面積は，

$$\pi\times 5^2=25\pi\ \text{〔cm}^2\text{〕}$$

だから，表面積は，

$$65\pi+25\pi=90\pi\ \text{〔cm}^2\text{〕}\qquad\cdots①$$

である。一方，容器Ｙの深さを d cmとすると，側面積は，

$$2\pi\times 3\times d=6\pi d\ \text{〔cm}^2\text{〕}$$

で，底面積は，

$$\pi\times 3^2=9\pi\ \text{〔cm}^2\text{〕}$$

だから，

$$6\pi d+9\pi\times 2=90\pi$$

となり，

$6\pi d=72\pi$ より，$d=12$〔cm〕　…②

よって，容器Ｙの容積は，

$$\pi\times 3^2\times 12=108\pi\ \text{〔cm}^3\text{〕}$$

だから，(1)で求めた容器Ｘの容積より大きい。したがって，水はあふれない。　…③

2 (1) 〔証明〕

△ADBと△ADEにおいて，

仮定より，$\angle ABD = \angle AED = 90^\circ$　…①

共通な辺なので，$\boxed{ア\quad AD} = \boxed{ア\quad AD}$　…②

$\angle DAE = a$，$\angle CDE = 2a$とすると，

△ADEの内角の和は180°なので，

$\angle ADE = 180^\circ - \angle\boxed{イ\quad AED} - \angle DAE$

$= 90^\circ - a$

△ADBの内角と外角の関係より，

$\angle DAB = \angle ADC - \angle\boxed{ウ\quad ABD}$

$= \angle ADE + \angle CDE - \angle\boxed{ウ\quad ABD}$

$= a$

よって，$\angle DAB = \angle DAE$　…③

①，②，③より，直角三角形の

$\boxed{エ\quad 斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい}$ので，

△ADB≡△ADE

(2)　△ADB≡△ADEより，DB＝DE＝x㎝とすると，面積について，

△ADB＋△ADC＝△ABC

なので，

$$\frac{1}{2} \times 3 \times x + \frac{1}{2} \times 5 \times x = \frac{1}{2} \times 4 \times 3$$

$$\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}x = 6$$

$$4x = 6 \text{ より，} x = \frac{3}{2}$$

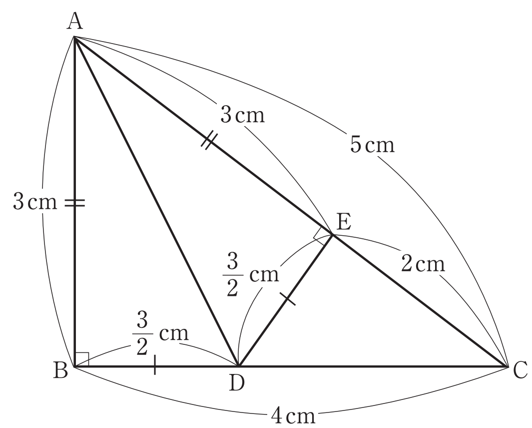
△ADB≡△ADEより，AB＝AE＝3㎝だから，下の図のように

CE＝AC－AE

＝5－3＝2〔㎝〕

となり，

$$\triangle CDE = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \text{〔cm}^2\text{〕}$$



【別解】△ADB≡△ADEより，

　AE＝3 ㎝なので，CE＝2 ㎝

△ADE，△CDEにおいて，DEを高さとすると，

　△ADE：△CDE＝AE：CE＝3：2　…(ⅰ)

ここで，△ADB＝△ADE＝ $3S$ とすると，

(ⅰ)より，

　△CDE＝$2S$　…(ⅱ)

　△ABC＝△ADB＋△ADE＋△CDE

　　　＝$3S+3S+2S$

　　　＝$8S$　…(ⅲ)

よって，(ⅱ)，(ⅲ)より，

$$\triangle\mathrm{CDE}=\frac{2S}{8S}\times\triangle\mathrm{ABC}$$

$$=\frac{1}{4}\times\triangle\mathrm{ABC}$$

$$=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\times4\times3$$

$$=\frac{3}{2}\ \text{〔cm}^2\text{〕}$$