

〈解答〉

- ① (1) $2.4x + 1.5y$ (2) 1053kcal
- ② (1) $\frac{1}{3}$ (2) 4
- ③ (1) 毎秒 $\frac{1}{2}$ cm (2) $y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$ (3) $\frac{32}{3}$ 秒後

配点 各2点 14点満点

〈解説〉

- ① (1) カレーの重さを x g, ライスの重さを y gとすると, 重さの合計が470gであることから,

$$x + y = 470 \quad \cdots\text{①}$$

という式が成り立つ。また, カレーとライス 1gから摂取できる熱量は, それぞれ

$$240 \div 100 = 2.4 \text{ [kcal]}$$

$$150 \div 100 = 1.5 \text{ [kcal]}$$

なので, 摂取できる熱量が903kcalであることから,

$$2.4x + 1.5y = 903 \quad \cdots\text{②}$$

という式が成り立つ。

- (2) (1)で立式した①, ②を連立方程式として解くと,

$$\text{②} \times 10 \div 3 - \text{①} \times 5 \quad 8x + 5y = 3010$$

$$\quad -) \quad 5x + 5y = 2350$$

$$3x \quad = 660 \text{ より, } x = 220$$

これを①に代入して,

$$220 + y = 470 \text{ より, } y = 250$$

よって, カレーの重さは220g, ライスの重さは250gとなり, これらは問題に適している。

ライスだけを1.4倍の

$$250 \times 1.4 = 350 \text{ [g]}$$

にするので, 摂取できる熱量は,

$$220 \times 2.4 + 350 \times 1.5 = 1053 \text{ [kcal]}$$

- ② (1) 左手で抜き取ったカードに書かれている数字が,

0のときには, 01, 02, 03, 05, 07

1のときには, 10, 12, 13, 15, 17

2のときには, 20, 21, 23, 25, 27

3のときには, 30, 31, 32, 35, 37

5のときには, 50, 51, 52, 53, 57

7のときには、70, 71, 72, 73, 75
 の30通りの整数をつくることができる。これらのうち、3の倍数であるのは、
 03, 12, 15, 21, 27, 30, 51, 57, 72, 75
 の10通りなので、求める確率は、

$$\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

- (2) 1回目、2回目に抜き取るカードはそれぞれ6通りずつだから、
 $6 \times 6 = 36$ [通り]
 の整数をつくることができる。また、

$$\frac{5}{18} = \frac{10}{36}$$

だから、10通りの素数ができればよい。残りの1枚のカードに書かれている数字が、
 1のときには、02, 03, 05, 07, 11, 13, 17, 23,
 31, 37, 53, 71, 73の13通り
 4のときには、02, 03, 05, 07, 23, 37, 43, 47,
 53, 73の10通り
 6のときには、02, 03, 05, 07, 23, 37, 53, 67,
 73の9通り
 8のときには、02, 03, 05, 07, 23, 37, 53, 73,
 83の9通り
 9のときには、02, 03, 05, 07, 23, 29, 37, 53,
 59, 73, 79, 97の12通り

であるから、残りの1枚のカードに書かれている数字は4である。

- ③ (1) 図2より、点Pは頂点Aを出発してから10秒後に頂点Dに到着していて、 $AD = 5$ cmであることから、点Pが動いた速さは、

$$5 \div 10 = \frac{1}{2} \text{ [cm/s]}$$

- (2) 点Pが頂点Cに到着するのは、頂点Aを出発してから、

$$(5 + 4) \div \frac{1}{2} = 18 \text{ [秒後]}$$

なので、点Pが辺CD上を動いているのは、

$$10 \leq x \leq 18$$

のときである。点Pが頂点Aを出発してから x 秒間で動いた距離は、

$$\frac{1}{2} \times x = \frac{1}{2}x \text{ [cm]}$$

なので、次の図のように、

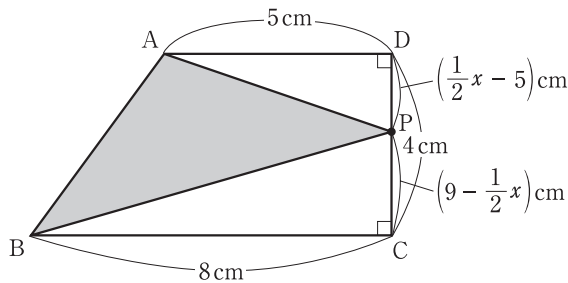
$$DP = \left(\frac{1}{2}x - 5 \right) \text{ cm}, \quad CP = \left(9 - \frac{1}{2}x \right) \text{ cm}$$

と表され、

$\triangle ABP = \text{台形} ABCD - \triangle ADP - \triangle BCP$ であることから、

$$\begin{aligned}
y &= \frac{1}{2} \times (5 + 8) \times 4 - \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}x - 5\right) \times 5 - \frac{1}{2} \times \left(9 - \frac{1}{2}x\right) \times 8 \\
&= 26 - \frac{5}{2} \left(\frac{1}{2}x - 5\right) - 4 \left(9 - \frac{1}{2}x\right) \\
&= 26 - \frac{5}{4}x + \frac{25}{2} - 36 + 2x \\
&= \frac{3}{4}x + \frac{5}{2}
\end{aligned}$$

【別解】 点Pが頂点D上にある $x = 10$ のとき,



$$y = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10$$

で、点Pが頂点C上にある $x = 18$ のとき,

$$y = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$$

だから、2点 $(10, 10)$ 、 $(18, 16)$ を通る直線の式を求めて、

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$$

(3) 点Qが動く速さは点Pの半分の

$$\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{4} \text{ [cm/s]}$$

なので、点P、Qが同時に出発してから t 秒後に会おうとすると、 $AD + DC = 4 + 5 = 9$ [cm] だから、

$$\frac{1}{2}t + \frac{1}{4}t = 9 \text{ より、} t = 12$$

よって、点Pと点Qは、12秒後に会おう。

ここで、点Pが頂点D上にある10秒後には、

$$CQ = \frac{1}{4} \times 10 = \frac{5}{2} \text{ [cm]}$$

だから、このとき、

$$\triangle BPQ = \frac{1}{2} \times PQ \times 8$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(4 - \frac{5}{2}\right) \times 8 = 6 \text{ [cm}^2\text{]}$$

である。これより、 $\triangle BPQ$ の面積が 4 cm^2 になるとき、点 P、Q は辺 CD 上にあることがわかる。次の図より、 x 秒後のとき、

$$\begin{aligned} PQ &= CD - PD - CQ \\ &= 4 - \left(\frac{1}{2}x - 5\right) - \frac{1}{4}x \text{ [cm]} \end{aligned}$$

と表され、 $\triangle BPQ$ の面積が 4 cm^2 であることから、

$$\frac{1}{2} \times PQ \times 8 = 4 \text{ より、} PQ = 1 \text{ [cm]}$$

である。したがって、

$$4 - \left(\frac{1}{2}x - 5\right) - \frac{1}{4}x = 1$$

$$4 - \frac{1}{2}x + 5 - \frac{1}{4}x = 1$$

$$16 - 2x + 20 - x = 4$$

$$-3x = -32 \text{ より、} x = \frac{32}{3}$$

これは、 $10 < x < 12$ を満たすので、問題に適している。

