

〈解答〉

$$\boxed{1} \quad (1) \quad \begin{cases} x + y = 490 \\ -0.02x + 0.05y = 7 \end{cases} \quad [0.98x + 1.05y = 490 + 7] \quad (2) \quad 252 \text{人}$$

$$\boxed{2} \quad (1) \quad 11 \text{通り} \quad (2) \quad \frac{11}{16}$$

$$\boxed{3} \quad (1) \quad 8 \quad (2) \quad 18 \quad (3) \quad y = \frac{4}{27}x$$

配点 各2点 14点満点

〈解説〉

$\boxed{1}$  (1) 昨年度の男子生徒の人数を  $x$  人、女子生徒の人数を  $y$  人とするので、昨年度の全校生徒の人数から、

$$x + y = 490 \quad \dots \textcircled{1}$$

という式が成り立つ。

また、今年度の男子生徒の人数は 2% 減少し、女子生徒の人数は 5% 増加したので、全校生徒の増減分から、

$$-0.02x + 0.05y = 7 \quad \dots \textcircled{2}$$

という式が成り立つ。

【別解】  $\textcircled{2}$  については、

今年度の全校生徒の人数から、

$$0.98x + 1.05y = 490 + 7$$

でもよい。

(2)  $\textcircled{1} \times 2$  と  $\textcircled{2} \times 100$  を辺々加えて、

$$7y = 1680$$

$$y = 240$$

これを  $\textcircled{1}$  に代入して、

$$x + 240 = 490$$

$$x = 250$$

以上より、昨年度の男子生徒の人数は 250 人、女子生徒の人数は 240 人となり、これらは問題に合う。

今年度については、

$$\text{男子生徒の人数は、} 250 - 0.02 \times 250 = 245 \text{ [人]}$$

$$\text{女子生徒の人数は、} 240 + 0.05 \times 240 = 252 \text{ [人]}$$

$\boxed{2}$  (1) つくることができる数は、次頁の表より、

		$b$			
		2	4	6	8
$a$	1	2	4	6	8
	2	1	2	3	4
	3	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	2	$\frac{8}{3}$
	4	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2

$$\frac{b}{a} = \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, 2, \frac{8}{3}, 3, 4, 6, 8$$

の11通り

- (2) 袋Aから球を取り出す場合の数は4通りで、それぞれの場合につき、袋Bから球を取り出す場合の数も4通りずつなので、袋A、Bから球を1個ずつ取り出すすべての場合の数は、

$$4 \times 4 = 16 \text{ [通り]}$$

である。上の表より、 $\frac{b}{a}$ が整数になるのは11通りなので、求める確率は、

$$\frac{11}{16}$$

- ③ (1) 点Aの  $x$  座標は6なので、関数㉗の式である  $y = \frac{48}{x}$  に  $x = 6$  を代入して、

$$\begin{aligned} y &= \frac{48}{6} \\ &= 8 \end{aligned}$$

- (2) 点Bの  $x$  座標は16なので、関数㉗の式である  $y = \frac{48}{x}$  に  $x = 16$  を代入して、

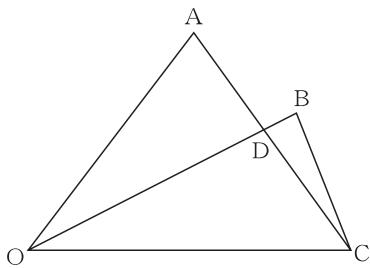
$$\begin{aligned} y &= \frac{48}{16} \\ &= 3 \end{aligned}$$

よって、点Bの座標は(16, 3)となる。

線分OCを△OBCの底辺と見なすと、△OBCの底辺は12、高さは点Bの  $y$  座標より3である。したがって、その面積は、

$$\begin{aligned} \triangle OBC &= \frac{1}{2} \times 12 \times 3 \\ &= 18 \end{aligned}$$

(3) 下の図より、



$$\begin{aligned} S_1 &= \triangle OAD \\ &= \triangle OAC - \triangle ODC \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_2 &= \triangle BCD \\ &= \triangle OBC - \triangle ODC \quad \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

と表せる。

$$S_1 - S_2 = 32$$

なので、①、②より、

$$\begin{aligned} S_1 - S_2 &= (\triangle OAC - \triangle ODC) - (\triangle OBC - \triangle ODC) \\ &= \triangle OAC - \triangle ODC - \triangle OBC + \triangle ODC \\ &= \triangle OAC - \triangle OBC = 32 \quad \dots \textcircled{3} \end{aligned}$$

ここで、線分OCを $\triangle OAC$ の底辺と見なすと、 $\triangle OAC$ の底辺は12、高さは点Aのy座標より8なので、

$$\begin{aligned} \triangle OAC &= \frac{1}{2} \times 12 \times 8 \\ &= 48 \end{aligned}$$

である。これを③に代入して、

$$48 - \triangle OBC = 32$$

より、

$$\begin{aligned} \triangle OBC &= 48 - 32 \\ &= 16 \end{aligned}$$

となる。線分OCを $\triangle OBC$ の底辺と見なすと、 $\triangle OBC$ の底辺は12、面積は16なので、 $\triangle OBC$ の高さを $h$ とすると、

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times 12 \times h &= 16 \\ 6h &= 16 \\ h &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

$h$ は点Bとx軸との距離を表すので、点Bのy座標は $\frac{8}{3}$ である。関数㉠の式である

$y = \frac{48}{x}$ より、 $xy = 48$ なので、

これに  $y = \frac{8}{3}$  を代入して,

$$\frac{8}{3}x = 48$$

これを解いて,

$$x = 18$$

点Bの座標は  $(18, \frac{8}{3})$  となるので, 関数①の式を  $y = ax$  とおき, これに  $x = 18$ ,  $y = \frac{8}{3}$  を代入して,

$$\frac{8}{3} = 18a$$

これを解いて,

$$a = \frac{4}{27}$$

したがって, 関数①の式は

$$y = \frac{4}{27}x$$