〈解答〉

1　(1)　$p=-2$，$q=2$（両解）

(2)　$35+5n$〔点〕

(3)　①　12通り　②　$\dfrac{5}{7}$

(4)　$n=6$

(5)　$\angle x=29°$

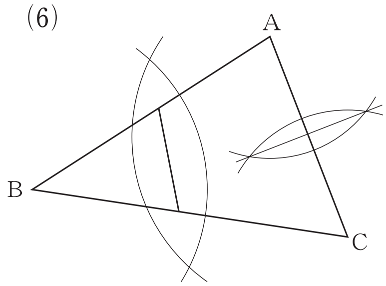
(6)　右図

(7)　$x=4$

(8)　$2\sqrt{13}$ cm

(9)　4 g

1　(6)



配点　各2点　20点満点

〈解説〉

1　(1)　右の図のように，

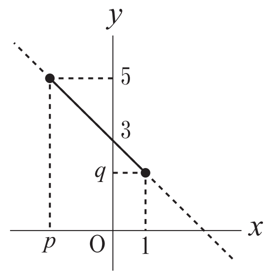
x の最小値 $x=p$ のときに y の最大値 $y=5$

x の最大値 $x=1$ のときに y の最小値 $y=q$

になる。$y=-x+3$ に，$x=p$，$y=5$ と $x=1$，$y=q$ をそれぞれ代入して，

$5=-p+3$ より $p=-2$

$q=-1+3$ より $q=2$



(2)　国語，社会，理科，英語の4科目の合計点は

$35\times4=140$〔点〕

である。数学の得点を x 点とすると，5科目の平均点が（$35+n$）点になることから，

$$\frac{140+x}{5}=35+n$$

という等式が成り立つ。両辺を5倍して，

$140+x=175+5n$

右辺の140を左辺に移項して，

$x=35+5n$〔点〕

(3)　①　男子生徒1人の選び方は4通りであり，それぞれの場合に対して女子生徒1人の選び方は3通りずつなので，

$4\times3=12$〔通り〕

②　少なくとも1人の女子生徒が選ばれるためには，2人とも男子生徒にならなければよい。男子生徒をＰ～Ｓ，女子生徒をＴ～Ｖとすると，清掃委員の決め方のすべての場合の数は，

（P，Q），（P，R），（P，S），（P，T），（P，U），（P，V），
（Q，R），（Q，S），（Q，T），（Q，U），（Q，V），（R，S），
（R，T），（R，U），（R，V），（S，T），（S，U），（S，V），
（T，U），（T，V），（U，V）

の21通りであり，２人とも男子生徒になるのは，

（P，Q），（P，R），（P，S），（Q，R），（Q，S），（R，S）

の６通りなので，求める確率は，

$$1-\frac{6}{21}=1-\frac{2}{7}$$
$$=\frac{5}{7}$$

⑷　150を素因数分解すると，

$$150=2\times3\times5^2$$

なので，

$$\sqrt{\frac{150}{n}}=\sqrt{\frac{2\times3\times5^2}{n}}$$

と表され，この値が整数になるためには，根号内が平方数（ある自然数の２乗の数）にならなければならない。このような自然数 n は，

$$n=2\times3$$
$$n=2\times3\times5^2$$

の２通りがある。これらのうち，最小のものは

$$n=2\times3$$
$$=6$$

である。

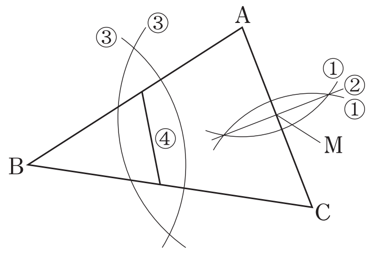
⑸　弧BCに対する円周角・中心角の関係より，

$$\angle BOC=2\angle BAC$$
$$=2\times61°$$
$$=122°$$

△OBCはOB＝OCの二等辺三角形なので，

$$\angle OBC(\angle x)=(180°-122°)\div2$$
$$=29°$$

⑹　頂点Ｂと辺ACの中点は，折り目を軸とする線対称の位置にある。したがって，右の図のように，以下の手順①～④で作図するとよい。



①　頂点Ａ，頂点Ｃを中心とする，半径の等しい円弧をかく。

②　①の円弧どうしの交点を通る直線と辺ACの交点（点Ｍとする）を求める。

③　頂点Ｂ，点Ｍを中心とする，半径の等しい円弧をかく。

④　③の円弧どうしの交点を通る直線のうち，△ABCの内部にある部分を引く。

(7) 針金Aを折り曲げてつくった長方形の横の長さは

$x+2$〔cm〕

と表されるので，この長方形の面積は

$x(x+2)$〔cm^2〕

と表される。また，針金Aの長さは

$2x+2(x+2)=4x+4$〔cm〕

と表されるので，針金Bの長さは

$2(4x+4)=8x+8$〔cm〕

と表され，針金Bを折り曲げてつくった正方形の1辺の長さは

$(8x+8)\div 4=2x+2$〔cm〕

と表されるので，この正方形の面積は

$(2x+2)^2$〔cm^2〕

と表される。以上より，

$(2x+2)^2=x(x+2)+76$

という方程式が成り立つ。これを解くと，

$4x^2+8x+4=x^2+2x+76$

$3x^2+6x-72=0$

$x^2+2x-24=0$

$(x+6)(x-4)=0$

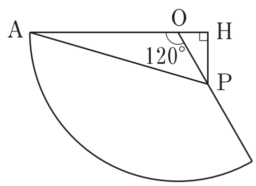
$x=-6,\ 4$

ただし，$x>0$ なので，$x=-6$ は問題に適さない。

$x=4$ は問題に適する。

(8) 円すいの側面の展開図における中心角は，

$$360°\times\frac{2\times\pi\times 2}{2\times\pi\times 6}=120°$$



である。糸の長さが最も短くなるように側面に糸をはるとき，右の図のように，点Aと点Pを結ぶ直線に沿ってはればよい。点Pから母線AOの延長に垂線を引き，これらの交点を点Hとすると，△POHは

$$PO=6\times\frac{1}{1+2}$$

$=2$〔cm〕

$OH:PO:PH=1:2:\sqrt{3}$

なので，

$$OH=2\times\frac{1}{2}$$

$=1$〔cm〕

$$PH=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$=\sqrt{3}$〔cm〕

になるので，△PAHで三平方の定理より，

$$AP=\sqrt{(6+1)^2+(\sqrt{3})^2}$$
$$=\sqrt{52}$$
$$=2\sqrt{13}\text{〔cm〕}$$

(9)　質量が大きい方から10番目と11番目の小石は，どちらも40g以上44g未満の階級に属するので，20個の小石の中央値（メジアン）は

$$(40+44)\div 2=42\text{〔g〕}$$

である。また，度数が最も多い階級は36g以上40g未満の階級なので，最頻値（モード）は

$$(36+40)\div 2=38\text{〔g〕}$$

である。したがって，中央値と最頻値の差は，

$$42-38=4\text{〔g〕}$$