〈解答〉

1 (1) $\frac{3}{2}$　(2) -4　(3) $\frac{3x+y}{10}$　(4) $-18a$　(5) $-3x^2-37$　(6) $-\sqrt{6}$

2 (1) $x=\frac{5\pm\sqrt{7}}{2}$

(2) $n=6$

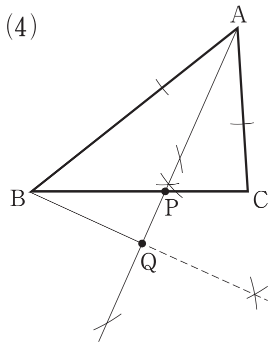
(3) ① $0.6x+4$ 枚　② 12枚

(4) 右図

(5) ① 70L　② 4分15秒

(6) ① $\frac{7}{36}$　② $\frac{1}{3}$

2 (4)



配点　各2点　30点満点

〈解説〉

1 (1) $\frac{2}{3}\div\frac{4}{9}$

$=\frac{2}{3}\times\frac{9}{4}$

$=\frac{3}{2}$

(2) $-4^2+(-6)^2\div 3$

$=-4\times 4+(-6)\times(-6)\div 3$

$=-16+36\div 3$

$=-16+12$

$=-4$

(3) $\frac{x-y}{2}-\frac{x-3y}{5}$

$=\frac{(x-y)\times 5}{2\times 5}-\frac{(x-3y)\times 2}{5\times 2}$

$=\frac{5(x-y)}{10}-\frac{2(x-3y)}{10}$

$=\frac{5(x-y)-2(x-3y)}{10}$

$=\frac{5x-5y-2x+6y}{10}$

$=\frac{3x+y}{10}$

(4)　$9a^3 \div (-3a^2b) \times 6b$

$= -\dfrac{9a^3 \times 6b}{3a^2b}$

$= -18a$

(5)　$(x+2)(x-14)-(2x-3)^2$

$= x^2 + (2-14)x + 2 \times (-14) - \{(2x)^2 + 2 \times 2x \times (-3) + (-3)^2\}$

$= x^2 - 12x - 28 - (4x^2 - 12x + 9)$

$= x^2 - 12x - 28 - 4x^2 + 12x - 9$

$= -3x^2 - 37$

(6)　$\sqrt{54} + \sqrt{12} \times (-\sqrt{8})$

$= \sqrt{2 \times 3 \times 3 \times 3} + \sqrt{2 \times 2 \times 3} \times (-\sqrt{2 \times 2 \times 2})$

$= 3\sqrt{6} + 2\sqrt{3} \times (-2\sqrt{2})$

$= 3\sqrt{6} - 4\sqrt{6}$

$= -\sqrt{6}$

$\boxed{2}$ (1)　両辺の平方根をとって,

$$2x - 5 = \pm\sqrt{7}$$

左辺の-5を移項して,

$$2x = 5 \pm \sqrt{7}$$

両辺を2で割って,

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{7}}{2}$$

(2)　$\sqrt{\dfrac{216}{n}} = \dfrac{\sqrt{216}}{\sqrt{n}}$

$= \dfrac{6\sqrt{6}}{\sqrt{n}}$

より，最小のnは6である。

(3)　①　兄が最初に持っていたカードの枚数はx枚，弟が最初に持っていたカードの枚数は，その6割の$0.6x$枚であった。兄が弟に4枚のカードをあげた後は,

兄…（$x-4$）枚

弟…（$0.6x+4$）枚

のカードを持っていることになる。

②　兄が持っているカードの枚数と弟が持っているカードの枚数の比が9：7になったので,

$$(x-4) : (0.6x+4) = 9 : 7$$

という比例式が成り立つ。外項の積と内項の積は等しいので,

$$7(x-4) = 9(0.6x+4)$$

$$7x - 28 = 5.4x + 36$$

両辺を10倍して,

$$70x - 280 = 54x + 360$$

左辺の-280，右辺の$54x$を移項して，

$$70x-54x=360+280$$

$$16x=640$$

両辺を16で割って，

$$x=40$$

よって，最初に兄は40枚，弟は

$$0.6\times 40=24〔枚〕$$

のカードを持っていた。兄が弟にさらにy枚のカードをあげるものとすると，

兄… $40-4-y=(36-y)$〔枚〕

弟… $24+4+y=(28+y)$〔枚〕

のカードを持っていることになり，これらの比が$3:5$になるので，

$$(36-y):(28+y)=3:5$$

という比例式が成り立つ。外項の積と内項の積は等しいので，

$$5(36-y)=3(28+y)$$

$$180-5y=84+3y$$

左辺の180，右辺の$3y$を移項して，

$$-5y-3y=84-180$$

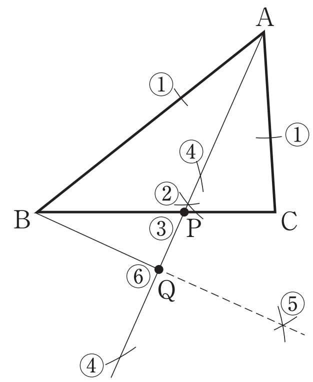
$$-8y=-96$$

両辺を-8で割って，

$$y=12$$

したがって，兄が弟にさらに12枚のカードをあげればよい。

(4)　辺ABとACから等しい距離にある点Pは，∠BACの二等分線上にある。また，線分APを底辺としたときに△ABPの高さとなる線分BQは，頂点Bから直線APに引いた垂線になる。したがって，右の図のように，以下の手順①～⑥で作図するとよい。



①　頂点Aを中心とする円弧をかく。

②　①でかいた円弧と辺AB，ACとの交点をそれぞれ中心とする，等しい半径の円弧をかく。

③　②でかいた円弧どうしの交点と頂点Aを通る直線を引くと，その直線と辺BCとの交点が点Pである。

④　頂点Bを中心とし，直線APと2点で交わる円弧をかく。

⑤　④でかいた円弧と直線APとの2つの交点を中心とする，等しい半径の円弧をかく。

⑥　⑤でかいた円弧どうしの交点と頂点Bを通る直線を，線分として直線APまで引くと，その線分と直線APとの交点が点Qである。

(5)　①　排水口Aのみを開いた最初の8分間に

$$2\times 8=16〔L〕$$

の水を排水し，排水口A，Bの両方を開いた8分後から13分後までの5分間に

$(2+4)\times 5=30$〔L〕

の水を排水し，排水口Bのみを開いた13分後から19分後までの6分間に

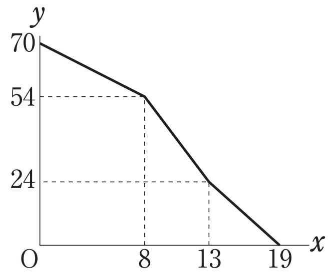
$4\times 6=24$〔L〕

の水を排水したことになるので，満水の状態の水の量は，

$16+30+24$

$=70$〔L〕

である。なお，y座標を記入すると，グラフは右の図のようになっている。



② 排水口A，Bの両方から排水した時間をa分とすると，最後に排水口Aのみから排水した時間は，17分30秒から排水口Bのみから排水した時間と排水口A，Bの両方から排水した時間を引いて求められるので，

$$17\frac{30}{60}-9-a=\left(\frac{17}{2}-a\right)〔分〕$$

と表される。よって，排水口Bのみから排水した水の量，排水口A，Bの両方から排水した水の量，排水口Aのみから排水した水の量の和が満水の状態の水の量になるので，

$$4\times 9+(2+4)\times a+2\times\left(\frac{17}{2}-a\right)=70$$

という方程式が成り立つ。これを整理して，

$$36+6a+2\left(\frac{17}{2}-a\right)=70$$

$$36+6a+17-2a=70$$

左辺の36，17を移項して，

$$6a-2a=70-36-17$$

$$4a=17$$

$$a=\frac{17}{4}$$

この時間は

$$\frac{17}{4}=4\frac{1}{4}=4\frac{15}{60}〔分〕$$

と表されるので，4分15秒であった。

(6) ① $1\leqq m\leqq 6$，$1\leqq n\leqq 6$なので，$1\leqq x\leqq 6$，$1\leqq y\leqq 6$の範囲において，x座標，y座標ともに整数になる点は，関数$y=\frac{1}{2}x$のグラフ上では

$(x, y)=(2, 1), (4, 2), (6, 3)$

の3点である。また，関数$y=\frac{12}{x}$ $(x>0)$ のグラフ上では

$(x,\ y)=(2,\ 6),\ (3,\ 4),\ (4,\ 3),\ (6,\ 2)$

の4点であるので，求める確率は，

$$\frac{3+4}{6\times 6}=\frac{7}{36}$$

② 点Mの座標は $\left(m,\ \frac{1}{2}m\right)$ と表されるので，

$$\mathrm{OP}=m\ \text{〔cm〕}$$

$$\mathrm{MP}=\frac{1}{2}m\ \text{〔cm〕}$$

である。よって，

$$\triangle\mathrm{OMP}=\frac{1}{2}\times m\times\frac{1}{2}m$$

$$=\frac{1}{4}m^2\ \text{〔cm}^2\text{〕}$$

となる。また，点Nの座標は $\left(n,\ \frac{12}{n}\right)$ と表されるので，

$$\mathrm{OQ}=n\ \text{〔cm〕}$$

$$\mathrm{NQ}=\frac{12}{n}\ \text{〔cm〕}$$

である。よって，

$$\triangle\mathrm{ONQ}=\frac{1}{2}\times n\times\frac{12}{n}$$

$$=6\ \text{〔cm}^2\text{〕}$$

となり，n の値にかかわらず 6 cm^2 で一定になる。

ここで$\triangle\mathrm{OMP}=\triangle\mathrm{ONQ}$となる m は，

$$\frac{1}{4}m^2=6$$

$$m^2=24$$

$$m=\pm 2\sqrt{6}$$

$m>0$ より，$m=2\sqrt{6}$

ここで$\triangle\mathrm{OMP}>\triangle\mathrm{ONQ}$より，

$m>2\sqrt{6}$なので，$m=5,\ 6$

の2通りなので，求める確率は，

$$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$