

〈解答〉

$$\boxed{1} \quad (1) \quad a = \frac{1}{2} \quad (2) \quad y = x + 4 \quad (3) \quad \textcircled{1} \quad (2, 2) \quad \textcircled{2} \quad 16 \text{ cm}^2$$

- $\boxed{2}$  (1) ア BEC    イ BE    ウ CD  
 エ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい  
 (2) 15度

配点  $\boxed{2}$ (1)各1点, 他各2点 14点満点

〈解説〉

- $\boxed{1}$  (1) 関数 $\textcircled{ア}$ において、 $x$ の変域が $-3 \leq x \leq 1$ のときに、 $y$ の変域が $0 \leq y \leq \frac{9}{2}$ になる

ことから、絶対値が大きい $x = -3$ のときに最大値 $y = \frac{9}{2}$ になることがわかる。よ

って、関数 $\textcircled{ア}$ の式である $y = ax^2$ に $x = -3$ 、 $y = \frac{9}{2}$ を代入して、

$$\frac{9}{2} = a \times (-3)^2$$

$$a = \frac{1}{2}$$

- (2) 関数 $\textcircled{ア}$ の式である $y = \frac{1}{2}x^2$ に $x = -2$ 、 $4$ をそれぞれ代入して、

$$y = \frac{1}{2} \times (-2)^2$$

$$= 2$$

$$y = \frac{1}{2} \times 4^2$$

$$= 8$$

よって、A  $(-2, 2)$ 、B  $(4, 8)$ である。

関数 $\textcircled{イ}$ の式を $y = mx + n$ とおき、Aの座標より $x = -2$ 、 $y = 2$ 、Bの座標より $x = 4$ 、 $y = 8$ をそれぞれ代入して、

$$2 = -2m + n$$

$$8 = 4m + n$$

これらを連立方程式として解いて、

$$m = 1, \quad n = 4$$

したがって、関数 $\textcircled{イ}$ の式は

$$y = x + 4$$

- (3) ①  $\triangle AOB$ と $\triangle APB$ の底辺を $AB$ とすると、これらの三角形の高さが等しくなればよい。つまり、右の図のように、 $AB \parallel OP$ となればよい。(2)より、直線 $AB$ の傾きは1なので、直線 $OP$ の傾きも1となり、直線 $OP$ の式は

$$y = x$$

である。この直線上にある点 $P$ の座標を $(t, t)$ とおくと、点 $P$ は関数㉗のグラフ上の点でもあるので、関数㉗の式である $y = \frac{1}{2}x^2$ に $x = t, y = t$ を代入して、

$$t = \frac{1}{2}t^2$$

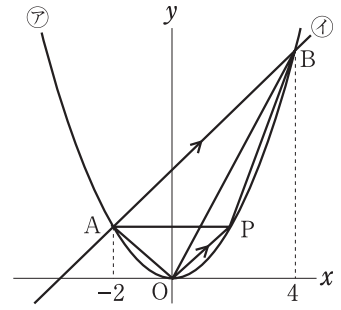
これを解いて、

$$t = 0, 2$$

ただし、 $0 < t < 4$ なので、

$$t = 2$$

よって、 $P(2, 2)$ である。



- ②  $A(-2, 2)$ ,  $P(2, 2)$ より、直線 $AP$ は $x$ 軸と平行であり、その長さは

$$2 - (-2) = 4 \text{ [cm]}$$

である。四角形 $AOPB$ を $\triangle OAP$ と $\triangle BAP$ に分け、線分 $AP$ を底辺とすると、 $\triangle OAP$ の高さは

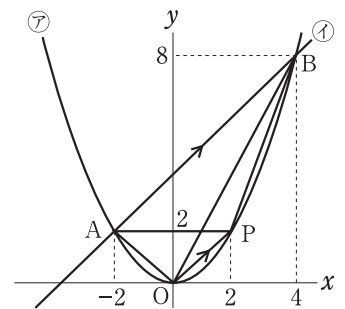
$$2 - 0 = 2 \text{ [cm]}$$

$\triangle BAP$ の高さは

$$8 - 2 = 6 \text{ [cm]}$$

なので、

$$\begin{aligned} \text{四角形AOPB} &= \triangle OAP + \triangle BAP \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \\ &= 16 \text{ [cm}^2\text{]} \end{aligned}$$



②

- (1) 【証明】

$\triangle BCE$ と $\triangle CFD$ において、

仮定より、 $\angle EBC = \angle DCF$

ここで、 $\angle ACD = a^\circ$ とすると、

$AB \parallel DC$ より、 $\angle BAE = \angle ACD = a^\circ$

仮定と $AD \parallel BC$ より、

…①

$$\angle ABE = \angle ACB = \angle DAC = 30^\circ$$

△BAEの内角と外角の関係より、

$$\angle \boxed{\text{ア}} \text{BEC} = (30 + a)^\circ \quad \dots \text{②}$$

△ACDの内角と外角の関係より、

$$\angle \text{CDF} = (30 + a)^\circ \quad \dots \text{③}$$

$$\text{②, ③より, } \angle \boxed{\text{ア}} \text{BEC} = \angle \text{CDF} \quad \dots \text{④}$$

また、△CABは、AC = BCより、頂角が30°、

底角が  $a^\circ$  の二等辺三角形である。

そして、△ABEも、 $\angle ABE = 30^\circ$ 、

$\angle \text{BAE} = a^\circ$  の二等辺三角形となる。

$$\text{よって, } \boxed{\text{イ}} \text{BE} = \text{BA} \quad \dots \text{⑤}$$

$$\text{平行四辺形の対辺なので, } \text{BA} = \boxed{\text{ウ}} \text{CD} \quad \dots \text{⑥}$$

$$\text{⑤, ⑥より, } \boxed{\text{イ}} \text{BE} = \boxed{\text{ウ}} \text{CD} \quad \dots \text{⑦}$$

①, ④, ⑦より、 $\boxed{\text{エ}} \text{ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい}$  ので、

$$\triangle \text{BCE} \equiv \triangle \text{CFD}$$

(2) 右図において、(1)の証明で  $a^\circ$  とした  $\angle \text{ACD}$  の大きさは、△ACDが二等辺三角形なので、

$$(180^\circ - 30^\circ) \div 2 = 75^\circ$$

$\angle \text{ABC}$  の大きさも  $75^\circ$  なので、

$$\begin{aligned} \angle \text{DCF} &= \angle \text{EBC} \\ &= \angle \text{ABC} - \angle \text{ABE} \\ &= 75^\circ - 30^\circ \\ &= 45^\circ \end{aligned}$$

よって、

$$\begin{aligned} \angle \text{FCG} &= (180^\circ - 45^\circ) \div 2 \\ &= 67.5^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle \text{DCG} &= 45^\circ + 67.5^\circ \\ &= 112.5^\circ \end{aligned}$$

また、

$$\begin{aligned} \angle \text{CDF} &= \angle \text{CAD} + \angle \text{ACD} \\ &= 30^\circ + 75^\circ \\ &= 105^\circ \end{aligned}$$

なので、

$$\begin{aligned} \angle \text{CDG} &= 105^\circ \div 2 \\ &= 52.5^\circ \end{aligned}$$

△CDGの内角より、

$$\begin{aligned} \angle \text{CGD} &= 180^\circ - \angle \text{DCG} - \angle \text{CDG} \\ &= 180^\circ - 112.5^\circ - 52.5^\circ \\ &= 15^\circ \end{aligned}$$

