〈解答〉

1 (1) $x=10$　(2) $x=10\sqrt{2}$　(3) $x=3\sqrt{2}$　(4) $x=3\sqrt{21}$
(5) $x=\sqrt{7}$　(6) $x=\sqrt{161}$

2 (1) $36\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^3$　(2) $9\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　(3) $(36+36\sqrt{3})\,\mathrm{cm}^2$

3 (1) $\dfrac{9}{2}\mathrm{cm}^3$　(2) $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}\mathrm{cm}^2$　(3) $\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

配点　各2点　24点満点

〈解説〉

1 (1) $8^2+6^2=x^2$
$x^2=100$
$x>0$ より
$x=10$

(2) $10^2+10^2=x^2$
$x^2=200$
$x>0$ より
$x=10\sqrt{2}$

(3) $3^2+x^2=(3\sqrt{3})^2$
$x^2=18$
$x>0$ より
$x=3\sqrt{2}$

(4) $\mathrm{AD}=12-6=6$ より
△ADCで三平方の定理より
$\mathrm{AC}^2+6^2=9^2$
これを解くと
$\mathrm{AC}=3\sqrt{5}$
△ABCで三平方の定理より
$12^2+(3\sqrt{5})^2=x^2$
これを解くと
$x=3\sqrt{21}$

(5) △ADCで三平方の定理より
$\mathrm{AD}^2+4^2=5^2$
これを解くと
$\mathrm{AD}=3$
△ABDで三平方の定理より
$3^2+x^2=4^2$
これを解くと
$x=\sqrt{7}$

(6) △ABCで三平方の定理より
$8^2+4^2=\mathrm{AC}^2$
これを解くと
$\mathrm{AC}=4\sqrt{5}$
△ACDで三平方の定理より
$(4\sqrt{5})^2+9^2=x^2$
これを解くと
$x=\sqrt{161}$

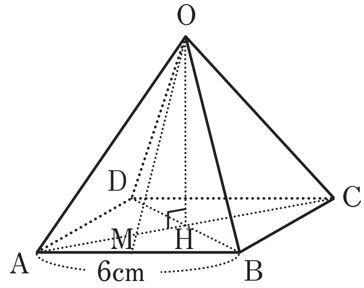
2 (1) 底面の正方形で，△ABCは直角二等辺三角形なので，
$\mathrm{AB}:\mathrm{AC}=1:\sqrt{2}=6:\mathrm{AC}$から，
$\mathrm{AC}=6\sqrt{2}$ (cm)

これより，$AH=6\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=3\sqrt{2}$

△OAHで，$OH^2=OA^2-AH^2=6^2-(3\sqrt{2})^2$
これを解くと$OH=3\sqrt{2}$（cm）となる。

よって求める体積は$6\times 6\times 3\sqrt{2}\times\frac{1}{3}=36\sqrt{2}$（$cm^3$）

となる。



⑵　ABの中点をMとすると△OABは正三角形なので∠OAM＝60°，∠OMA＝90°の直角三角形である。

$AM : OM = 1 : \sqrt{3} = 3 : OM$から,

$OM = 3\sqrt{3}$（cm）

よって，求める面積は，$6\times 3\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=9\sqrt{3}$（$cm^2$）となる。

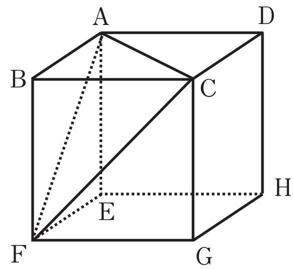
⑶　表面積は底面の正方形と側面の正三角形が４つなので,

$6\times 6+9\sqrt{3}\times 4=36+36\sqrt{3}$（$cm^2$）となる。

3　⑴　頂点A，F，Cを通る平面でこの立方体を切るとき，頂点Bがある方の立体は底面が△ABC，高さがBFの三角錐であるといえる。

よって，求める体積は，$3\times 3\times\frac{1}{2}\times 3\times\frac{1}{3}=\frac{9}{2}$（$cm^3$）

となる。



⑵　△AFCはそれぞれの辺が正方形の対角線なので正三角形である。

△FGCで$FG : FC = 1 : \sqrt{2} = 3 : FC$，これを解くと$FC=3\sqrt{2}$（cm）

△AFCにおいて，FCを底辺としたときの高さをhとすると,

$$1 : \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{2}}{2} : h$$

$$h=\frac{3\sqrt{6}}{2}\ (\text{cm})$$

よって，求める面積は，$3\sqrt{2}\times\frac{3\sqrt{6}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{9\sqrt{3}}{2}$（$cm^2$）となる。

【参考】

１辺a（cm）の正三角形の高さと面積はそれぞれ

$$\frac{\sqrt{3}}{2}a\ (\text{cm}),\quad \frac{\sqrt{3}}{4}a^2\ (\text{cm}^2)$$

⑶　点Bから△AFCに下した垂線の長さをxとすると，これは三角錐B－AFCの高さ

を意味する。
よって，⑴，⑵より次の方程式が成り立つ。

$$\frac{9\sqrt{3}}{2} \times x \times \frac{1}{3} = \frac{9}{2}$$

これを解くと，$x = \sqrt{3}$（cm）となる。