〈解答〉

$\boxed{1}$ (1)　2　(2)　$a=-1$，$b=4$（両解）　(3)　$y=2x+4$

$\boxed{2}$ (1)　$144\pi\ \mathrm{cm}^3$　(2)　$4\ \mathrm{cm}$　(3)　$36\pi\ \mathrm{cm}^2$

配点　各２点　12点満点

〈解説〉

$\boxed{1}$ (1)　点Aは関数㋐のグラフ上の点なので，関数㋐の式である$y=\dfrac{1}{2}x^2$に$x=-4$（点Aのx座標）を代入して，

$$y=\frac{1}{2}\times(-4)^2$$
$$=8$$

点Aと点Bのy座標の比が４：１なので，点Bのy座標は

$$8\times\frac{1}{4}=2$$

である。なお，点Bも関数㋐のグラフ上の点なので，関数㋐の式である$y=\dfrac{1}{2}x^2$に$y=2$（点Bのy座標）を代入すると，

$$2=\frac{1}{2}x^2$$

$x>0$なので，

$$x=2$$

よって，点Bの座標は（２，２）である。

(2)　点Aは関数㋑のグラフ上の点なので，関数㋑の式である$y=ax+b$に点Aの座標より$x=-4$，$y=8$を代入すると，

$$8=-4a+b \quad \cdots①$$

点Bも関数㋑のグラフ上の点なので，関数㋑の式である$y=ax+b$に点Bの座標より$x=2$，$y=2$を代入すると，

$$2=2a+b \quad \cdots②$$

①，②を連立方程式として解くと，

$$a=-1,\ b=4$$

以上より，関数㋑の式は

$$y=-x+4$$

(3)　C（０，４）よりOC＝４なので，これを△OAC，△OBCの底辺とすると，A（－４，８），B（２，２）より，△OACの高さは４，△OBCの高さは２となる。よって，

$$\triangle\mathrm{OAB}=\triangle\mathrm{OAC}+\triangle\mathrm{OBC}$$

$= \dfrac{1}{2} \times 4 \times 4 + \dfrac{1}{2} \times 4 \times 2$

$= 12$

点Cを通る直線とOAの交点を点Pとすると,

$\triangle PAC = \triangle OAB \div 2$

$= 12 \div 2$

$= 6$

となるので,

$\triangle OPC = \triangle OAC - \triangle PAC$

$= 8 - 6$

$= 2$

になる。△OPCの底辺をOCとしたときの高さをhとすると,

$\dfrac{1}{2} \times 4 \times h = 2$

これを解いて,

$h = 1$

より，点Pのx座標は-1である。よって，線分OAの式$y = -2x$に$x = -1$を代入して,

$y = -2 \times (-1)$

$= 2$

点P，Cを通る直線の式を$y = mx + 4$とおき，$x = -1$，$y = 2$を代入して,

$2 = -m + 4$

これを解いて,

$m = 2$

以上より，求める直線の式は

$y = 2x + 4$

2 (1) 図1の容器は半径6㎝の半球なので，その容積は

$\dfrac{4}{3}\pi \times 6^3 \times \dfrac{1}{2} = 144\pi$ 〔cm^3〕

(2) 図2の容器の底面は半径6㎝の円なので，(1)で求めた144π cm^3の水を入れたときの高さをh cmとすると,

$\pi \times 6^2 \times h = 144\pi$

という方程式が成り立つ。これを解いて,

$h = 4$ 〔㎝〕

(3) 平面OAB，OACは，半径6㎝，中心角90°のおうぎ形なので，その面積は

$\pi \times 6^2 \times \dfrac{90°}{360°} = 9\pi$ 〔cm^2〕

平面OBCは，半径6㎝，中心角60°のおうぎ形なので，その面積は

$$\pi \times 6^2 \times \frac{60°}{360°} = 6\pi \ 〔\mathrm{cm}^2〕$$

また曲面ABCは，半径 6 cmの球の表面積の

$$\frac{1}{2} \times \frac{60°}{360°} = \frac{1}{12}$$

にあたるので，その面積は

$$4\pi \times 6^2 \times \frac{1}{12} = 12\pi \ 〔\mathrm{cm}^2〕$$

以上より，図 3 の立体の表面積は

$$9\pi \times 2 + 6\pi + 12\pi = 36\pi \ 〔\mathrm{cm}^2〕$$