〈解答〉

1　(1)　40本

(2)　①　49個　　②　28個

(3)　$\frac{7}{2}n^2+\frac{5}{2}n$（本）

2　(1)　ア　CDE　　イ　CE　　ウ　斜辺と他の1辺

(2)　$\frac{a+90}{2}$°

(3)　$\frac{10}{3}$cm

配点　2(1)各1点，他各2点　15点満点

〈解説〉

1　(1)　4番目の図形において，正方形をつくる縦向きのマッチ棒は，縦に4本，横に5列なので，

$4\times5=20$〔本〕

となり，横向きのマッチ棒も同数なので，正方形をつくるマッチ棒の本数は

$20\times2=40$〔本〕

(2)　①　7番目の図形において，マッチ棒1本ずつを1辺とする正方形は，縦，横ともに7個ずつできるので，その個数は

$7\times7=49$〔個〕

②　7番目の図形において，マッチ棒1本ずつを1辺とする▽の向きの正三角形は最も下の段に1個，下から2番目の段に2個，下から3番目の段に3個，…，下から7番目の段（最も上の段）に7個できているので，その個数は

$1+2+3+4+5+6+7=28$〔個〕

(3)　n番目の図形において，正方形をつくる縦向きのマッチ棒は，縦にn〔本〕，横に$(n+1)$〔列〕なので

$n(n+1)$〔本〕

となり，横向きのマッチ棒も同数なので，正方形をつくるマッチ棒の本数は

$2n(n+1)$〔本〕

である。

また，▽の向きの正三角形の個数は

$1+2+3+\cdots\cdots+n=\frac{1}{2}n(n+1)$〔個〕

なので，正三角形をつくるマッチ棒の本数は

$\frac{1}{2}n(n+1)\times3=\frac{3}{2}n(n+1)$〔本〕

である。
正方形と正三角形の両方をつくるマッチ棒の本数は n〔本〕であることから，並んでいるすべてのマッチ棒の本数は

$$2n(n+1)+\frac{3}{2}n(n+1)-n$$

$$=\frac{7}{2}n^2+\frac{5}{2}n \ (本)$$

2 (1) 〔証明〕
△ACEと△DCEにおいて，
仮定より，AC＝DC …①
∠CAE＝∠ ア CDE ＝90° …②
また，辺 イ CE は共通な辺なので，
イ CE ＝ イ CE …③
①，②，③より，直角三角形の
ウ 斜辺と他の1辺 がそれぞれ等しいので，
△ACE≡△DCE

(2) △BDEの外角なので

∠AED＝∠EBD＋∠BDE
＝a°＋90°

△ACE≡△DCEなので，対応する角は等しく，
∠CEA＝∠CED
よって，
∠CED＝(a°＋90°)÷2

$$=\frac{a+90}{2}(°)$$

(3) DE＝x〔cm〕とすると，
△ACE≡△DCEなので，対応する辺は等しく，
AE＝DE
＝x〔cm〕
△BCEの底辺をBC，高さをDEとすると，

$$△BCE=\frac{1}{2}\times BC\times DE$$

$$=\frac{1}{2}\times 13\times x$$

$$=\frac{13}{2}x \ 〔cm^2〕$$

△ACEの底辺をAE，高さをACとすると，

$$△ACE=\frac{1}{2}\times x\times 5$$

$$= \frac{1}{2} \times x \times 5$$

$$= \frac{5}{2} x \ 〔cm^2〕$$

△ABCの面積に着目すると,

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 5 = \frac{13}{2} x + \frac{5}{2} x$$

これを解いて,

$$x = \frac{10}{3} \ 〔cm〕$$

【別解】

△ABCと△DBEにおいて

共通の角なので∠ABC＝∠DBE …①

仮定より∠BAC＝∠BDE（＝90°） …②

①，②より２角が等しいので

△ABC∽△DBE

対応する辺の比は等しいので

AB：AC＝DB：DE

ここでDB＝CB－CD＝13－５＝８

さらにDE＝x（cm）とすると

12：５＝８：x

これを解いて $x = \frac{10}{3}$（cm）