

〈解答〉

$$\text{① (1) } 45^\circ \quad (2) \frac{9}{2} \pi \text{ cm}^3$$

$$\text{② (1) ア GC イ } 90 \quad \text{ウ DCG エ } 2 \text{ 組の辺とその間の角}$$

$$(2) x + y - 90^\circ$$

配点 ①, ②(2)各 2 点, ②(1)各 1 点 10点満点

〈解説〉

① (1) 底面の半径は

$$2 \div 1 = 1 \text{ [cm]}$$

で, その円周は

$$2 \times \pi \times 1 = 2 \pi \text{ [cm]}$$

となり, これはおうぎ形OABの弧ABの長さと同しくなる。したがって, おうぎ形OABの中心角である $\angle AOB$ の大きさを x° とすると,

$$2 \times \pi \times 8 \times \frac{x^\circ}{360} = 2 \pi$$

という方程式が成り立つ。両辺に360をかけて,

$$16 \pi x = 720 \pi$$

両辺を 16π で割って,

$$x = 45^\circ$$

(2) 円すいの底面積は

$$\pi \times 1^2 = \pi \text{ [cm}^2\text{]}$$

円すいの側面積は

$$\pi \times 8^2 \times \frac{45}{360} = 8 \pi \text{ [cm}^2\text{]}$$

なので, 表面積は

$$\pi + 8 \pi = 9 \pi \text{ [cm}^2\text{]}$$

である。

求める球の半径を r [cm] とすると, その表面積は

$$4 \pi r^2 \text{ [cm}^2\text{]} \text{ と表されるので,}$$

$$4 \pi r^2 = 9 \pi$$

という方程式が成り立つ。両辺を 4π で割って,

$$r^2 = \frac{9}{4}$$

$$r > 0 \text{ なので, } r = \frac{3}{2} \text{ [cm]}$$

半径 r [cm] の球の体積は $\frac{4}{3}\pi r^3$ [cm³] と表されるので、求める球の体積は

$$\frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{9}{2} \pi \text{ [cm}^3\text{]}$$

② (1) [証明]

$\triangle GBC$ と $\triangle EDC$ において、

四角形 $ABCD$ は正方形なので、

$$BC = DC \quad \dots \textcircled{1}$$

四角形 $CEFG$ は正方形なので、

$$\overline{GC} = EC \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\angle GCB = \boxed{\text{イ } 90^\circ} - \boxed{\angle \text{ウ } DCG} \quad \dots \textcircled{3}$$

$$\angle ECD = \boxed{\text{イ } 90^\circ} - \boxed{\angle \text{ウ } DCG} \quad \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{ より, } \angle GCB = \angle ECD \quad \dots \textcircled{5}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{5}$ より、 $\boxed{\text{エ } 2 \text{ 組の辺とその間の角}}$ がそれぞれ等しいので、 $\triangle GBC \equiv \triangle EDC$

(2) $\angle GHD = 180^\circ - x^\circ$ と表され、平行線の同位角なので、

$$\angle GBC = \angle GHD$$

$$= 180^\circ - x^\circ$$

また、 $\angle BCD = 90^\circ$ なので、

$$\angle GCB = 90^\circ - y^\circ$$

$\triangle GBC$ の内角の和より、

$$\angle CGB = 180^\circ - (180^\circ - x^\circ) - (90^\circ - y^\circ)$$

$$= 180^\circ - 180^\circ + x^\circ - 90^\circ + y^\circ$$

$$= x^\circ + y^\circ - 90^\circ$$

(1) より、 $\triangle GBC \equiv \triangle EDC$ なので、対応する角は等しくなる。したがって、

$$\angle CED = \angle CGB$$

$$= x^\circ + y^\circ - 90^\circ$$