

〈解答〉

① (1) ア $\frac{1}{2}$ イ $(6+2x)(10+2x)$ (両解) (2) 16cm

② (1) 6通り (2) $\frac{2}{9}$

③ (1) 毎分60m (2) $y = -20x + 400$ (3) 毎分160m以上

配点 各2点 14点満点

〈解説〉

① (1) ひし形に限らず、2本の対角線が直交する四角形の面積は、

$$\frac{1}{2} \times (\text{対角線}) \times (\text{対角線})$$

という公式で求められる。

$$\text{対角線PR} = 6 + 2x \text{ [cm]}$$

$$\text{対角線QS} = 10 + 2x \text{ [cm]}$$

なので、ひし形PQRSの面積は

$$\frac{1}{2} \times (6 + 2x) \times (10 + 2x)$$

$$= \frac{1}{2} \times (6 + 2x)(10 + 2x) \text{ [cm}^2\text{]}$$

と表され、ひし形ABCDの面積は

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 10 \text{ [cm}^2\text{]}$$

と表される。ひし形PQRSの面積はひし形ABCDの面積より 66cm^2 大きいので、

$$\frac{1}{2} \times (6 + 2x)(10 + 2x) = \frac{1}{2} \times 6 \times 10 + 66$$

という等式が成り立つ。

(2) (1)でつくった等式より、

$$\frac{1}{2} \times 2(3+x) \times 2(5+x) = \frac{1}{2} \times 6 \times 10 + 66$$

$$2(3+x)(5+x) = 30 + 66$$

$$2(x+3)(x+5) = 96$$

両辺を2で割って、

$$(x+3)(x+5) = 48$$

$$x^2 + 8x + 15 = 48$$

$$x^2 + 8x - 33 = 0$$

$$(x+11)(x-3) = 0$$

$$x = -11, 3$$

ただし、 $x > 0$ なので、 $x = -11$ は問題に合わない。

$x = 3$ は問題に合う。

以上より、 $x = 3$ となり、対角線QSの長さは、

$$10 + 2 \times 3 = 16 \text{ [cm]}$$

② (1) 頂点Aから頂点Gまで移動する道順は、

(左, 下, 奥), (左, 奥, 下), (下, 左, 奥),

(下, 奥, 左), (奥, 左, 下), (奥, 下, 左)

の6通りである。

(2) 3回のカードの引き方は、どの回においても3通りずつなので、

$$3 \times 3 \times 3 = 27 \text{ [通り]}$$

であり、これらが(1)で求めた6通りのうちのどれかになればよい。したがって、その確率は、

$$\frac{6}{27} = \frac{2}{9}$$

③ (1) 図2のグラフより、美咲さんは家を出発してから5分間で300m歩いたことがわかる。したがって、その歩く速さは、

$$300 \text{ [m]} \div 5 \text{ [分]}$$

より、毎分60m (以下60m/分と表記) である。

(2) 求める式は直線 (一次関数) の式なので、 $y = ax + b$ とおくと、5分後の座標が(5, 300)であることから、

$x = 5$, $y = 300$ を代入して、

$$300 = 5a + b \quad \cdots \text{①}$$

また、8分後の座標が(8, 240)であることから、 $x = 8$, $y = 240$ を代入して、

$$240 = 8a + b \quad \cdots \text{②}$$

①, ②を連立方程式として解くと、

$$a = -20, b = 400$$

以上より、求める式は

$$y = -20x + 400$$

(3) $5 \leq x \leq 8$ の範囲で、美咲さんと雄太さんとの距離は、1分間につき

$$(300 \text{ [m]} - 240 \text{ [m]}) \div (8 \text{ [分]} - 5 \text{ [分]}) = 20 \text{ [m]}$$

ずつ縮まっているので、雄太さんの歩く速さは美咲さんより20[m/分]だけ速い、

$$60 \text{ [m/分]} + 20 \text{ [m/分]} = 80 \text{ [m/分]}$$

である。

美咲さんが家を出発してからバス停に着くまでに

$$720 \text{ [m]} \div 60 \text{ [m/分]} = 12 \text{ [分]}$$

かかり、このときの時刻である9時12分には、雄太さんはバス停から

$$720[\text{m}] - 80[\text{m}/\text{分}] \times (12[\text{分}] - 5[\text{分}]) = 160[\text{m}]$$

の地点にいる。したがって、9時13分に発車するバスに乗るまでの1分間を、

$$160[\text{m}] \div 1[\text{分}] = 160[\text{m}/\text{分}]$$

以上の速さで走ればよい。