〈解答〉

$\boxed{1}$ ⑴ $288\pi\,\text{cm}^3$　⑵ 3 ： 1

$\boxed{2}$ ⑴ ア　錯角　イ　ABE　ウ　CDF　エ　１組の辺とその両端の角

⑵ 25cm^2

配点　$\boxed{1}\boxed{2}$⑵各２点，$\boxed{2}$⑴各１点　10点満点

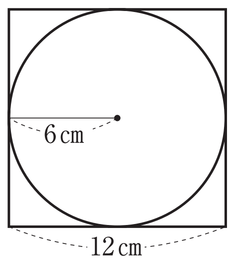
〈解説〉

$\boxed{1}$ ⑴ 立方体と球を真上から見ると，右の図のようになっていて，球の直径と立方体の１辺の長さは等しい。つまり，球の半径は

$12 \div 2 = 6$〔cm〕

なので，その体積は

$$\frac{4}{3}\pi \times 6^3 = 288\pi \text{〔cm}^3\text{〕}$$

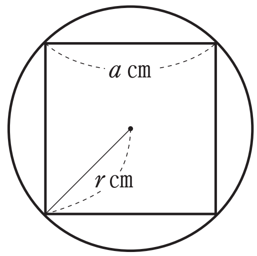


⑵ 立方体と円柱を真上から見ると，右の図のようになっている。立方体の１辺の長さは a cmなので，立方体の１つの面（正方形）の面積は，a を用いて

a^2〔cm^2〕　…①

と表される。また，円柱の底面の半径を r cmとすると，立方体の１つの面（正方形）の対角線の長さは $2r$ cmと表され，正方形はひし形の特別な場合であることから，その面積は，

$$\frac{1}{2} \times 2r \times 2r = 2r^2 \text{〔cm}^2\text{〕} \quad \cdots ②$$



と表される。①，②は等しいものを表しているので，

$$a^2 = 2r^2 \text{より，} r^2 = \frac{1}{2}a^2 \quad \cdots ③$$

底面の半径が r cm，高さが a cmの円柱の体積は，

$\pi r^2 \times a = \pi a r^2$〔$\text{cm}^3$〕

と表されるので，これに③を代入すると，a のみを用いて

$$\pi a r^2 = \pi a \times \frac{1}{2}a^2$$

$$= \frac{1}{2}\pi a^3 \text{〔cm}^3\text{〕}$$

と表される。ここで，球の半径は

$$a \div 2 = \frac{a}{2} \text{〔cm〕}$$

なので，その体積は

$$\frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{1}{6}\pi a^3 \text{〔cm}^3\text{〕}$$

と表される。以上より，

$$(\text{円柱の体積}):(\text{球の体積}) = \frac{1}{2}\pi a^3 : \frac{1}{6}\pi a^3$$
$$= 3 : 1$$

2 (1) 〔証明〕

△ABEと△CDFにおいて，

平行四辺形ABCDの向かい合う辺なので，

AB＝CD …①

AB//DC …②

②より，平行線の $\boxed{\text{ア　錯角}}$ なので，

∠ $\boxed{\text{イ　ABE}}$ ＝∠ $\boxed{\text{ウ　CDF}}$ …③

仮定より，

∠AED＝∠CFB …④

③，④と三角形の内角・外角の関係より，

∠BAE＝∠AED－∠ $\boxed{\text{イ　ABE}}$

∠DCF＝∠CFB－∠ $\boxed{\text{ウ　CDF}}$

よって，∠BAE＝∠DCF …⑤

①，③，⑤より，$\boxed{\text{エ　1組の辺とその両端の角}}$ がそれぞれ等しいので，

△ABE≡△CDF

合同な2つの図形における対応する辺なので，

AE＝CF

(2) △ABE≡△CDFより，

AE＝CF

∠AEF＝∠CFEより，錯角が等しいのでAE//FC

以上より，1組の向かい合う辺が等しくて平行なので，四角形AECFは平行四辺形であることがわかる。

図Ⅰにおいて，△ABE≡△CDFより，

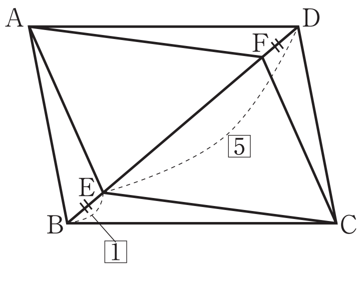
BE＝DFなので，

$$\text{BD : EF} = (\text{BE}+\text{ED}) : (\text{ED}-\text{DF})$$
$$= (\boxed{1}+\boxed{5}) : (\boxed{5}-\boxed{1})$$
$$= \boxed{6} : \boxed{4}$$
$$= 3 : 2$$

よって，

$$\triangle\text{AEF} = \triangle\text{ABD} \times \frac{2}{3}$$

図Ⅰ



$$=100\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}$$

$$=\frac{100}{3}\ 〔\mathrm{cm}^2〕$$

同様に,

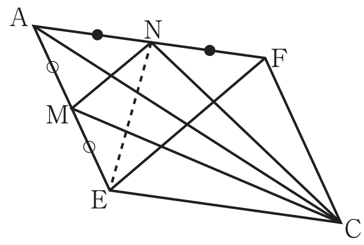
$$\triangle \mathrm{CEF}=\frac{100}{3}\ 〔\mathrm{cm}^2〕$$

なので,

$$平行四辺形\mathrm{AECF}=\frac{100}{3}\times 2=\frac{200}{3}\ 〔\mathrm{cm}^2〕$$

図Ⅱにおいて，AM＝MEより,

図Ⅱ



$$\triangle \mathrm{CME}=\triangle \mathrm{ACE}\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{200}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{50}{3}\ 〔\mathrm{cm}^2〕$$

AN＝NFより,

$$\triangle \mathrm{CNF}=\triangle \mathrm{ACF}\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{200}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{50}{3}\ 〔\mathrm{cm}^2〕$$

ここで，点EとNを結ぶと,

$$\triangle \mathrm{AMN}=\triangle \mathrm{AEN}\times\frac{1}{2}$$

$$=\triangle \mathrm{AEF}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{100}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{25}{3}\ 〔\mathrm{cm}^2〕$$

以上より,

$$\triangle \mathrm{CMN}=平行四辺形\mathrm{AECF}-\triangle \mathrm{CME}-\triangle \mathrm{CNF}-\triangle \mathrm{AMN}$$

$$=\frac{200}{3}-\frac{50}{3}-\frac{50}{3}-\frac{25}{3}$$

$$=25\ 〔\mathrm{cm}^2〕$$