〈解答〉

1 (1) $\begin{cases} x+120=38y \\ x+150=40y \end{cases}$ (2) 毎時72km

2 (1) $\dfrac{3}{10}$ (2) $\dfrac{16}{25}$

3 (1) 6 cm^2 (2) $y=-\dfrac{15}{2}x+\dfrac{405}{2}$ (3) $\dfrac{189}{11}$秒後，23秒後

配点　各２点　14点満点

〈解説〉

1 (1) 列車が鉄橋を渡り始めてから渡り終わるまでには，

（鉄橋の長さ）＋（列車の長さ）

の距離を進む。列車Ａの場合は，$(x+120)$ mを毎秒 y mの速さで38秒かかったことから，

$x+120=38y$ …①

という式が成り立ち，列車Ｂの場合は，$(x+150)$ mを毎秒 $2y$ mの速さで20秒かかったことから，

$x+150=20\times 2y$

$x+150=40y$ …②

という式が成り立つ。

(2) (1)の②－①より，$30=2y$

$y=15$

これを②に代入して，$x+150=600$

$x=450$

したがって，鉄橋の長さは450 m，列車Ａの速さは毎秒15 mとなり，これらは問題に適する。

次に，回送列車の長さは

$120+150=270$〔m〕

なので，

$270+450=720$〔m〕

を進むのに36秒かかっている。よって，その速さは

720〔m〕$\div 36$〔s〕$=20$〔m/s〕

であり，１時間（3600秒）では

20〔m/s〕$\times 3600$〔s〕$=72000$〔m〕

$=72$〔km〕

進むので，毎時72kmである。

2 赤球をR_1，R_2，R_3，白球をW_1，W_2とする。

⑴　袋の中から２個の球を同時に取り出す操作において，すべての組み合わせは，

$\underline{R_1とR_2}$，$\underline{R_1とR_3}$，$R_1とW_1$，$R_1とW_2$，

$\underline{R_2とR_3}$，$R_2とW_1$，$R_2とW_2$，$R_3とW_1$，

$R_3とW_2$，$W_1とW_2$

の10通りで，このうちの下線を引いた３通りになればよいので，求める確率は

$$\frac{3}{10}$$

⑵　袋の中から１個の球を取り出してから戻し，さらに１個を取り出す操作において，すべての場合の数は

$$5\times5=25〔通り〕$$

で，このうち球Ｘ，Ｙともに赤球になる場合を除けばよい。球Ｘが赤球になるのは

$$R_1,\ R_2,\ R_3$$

の３通りで，球Ｙが赤球になるのも

$$R_1,\ R_2,\ R_3,$$

の３通りである。したがって，求める確率は

$$\frac{25-3\times3}{25}=\frac{16}{25}$$

3　⑴　点Ｐが頂点Ａ上にくるのは，頂点Ｂを出発してから15秒後であり，このときの△PBDの面積は，

$$\frac{1}{2}\times(9+6)\times12=90〔\mathrm{cm}^2〕$$

である。したがって，△PBDの面積は15秒間で90cm²変化するので，１秒間につき

$$90\div15=6〔\mathrm{cm}^2〕$$

ずつ変化する。

⑵　点Ｐが辺AC上にあるとき，

$$\begin{aligned}PC&=15+12-x\\&=27-x〔\mathrm{cm}〕\end{aligned}$$

と表されるので，

$$\begin{aligned}y&=\frac{1}{2}\times(9+6)\times(27-x)\\&=-\frac{15}{2}x+\frac{405}{2}\end{aligned}$$

⑶　点Ｐは，

$0\leqq x\leqq15$のときには，辺AB上

$15\leqq x\leqq27$のときには，辺AC上

にあるが，点Ｐが辺AB上にあるときには，△PABができない。よって，△PABと△PCDのどちらもできる，辺AC上にあるとき（$15\leqq x\leqq27$）において考察すればよい，

点Ｐが辺AC上にあるとき，

$\mathrm{AP} = x - 15$〔cm〕

$\mathrm{PC} = 27 - x$〔cm〕

と表されるので，

$$\triangle \mathrm{PAB} = \frac{1}{2} \times (x - 15) \times 9$$

$$= \frac{9}{2}(x - 15) \text{〔cm}^2\text{〕}$$

$$\triangle \mathrm{PCD} = \frac{1}{2} \times (27 - x) \times 6$$

$$= 3(27 - x) \text{〔cm}^2\text{〕}$$

と表される。

△PCDの面積が△PABの面積の３倍になるとき，

$$3(27 - x) = \frac{9}{2}(x - 15) \times 3$$

という方程式が成り立ち，これを解くと

$$x = \frac{189}{11} \quad (x = 17.1\cdots)$$

なので，$15 \leqq x \leqq 27$を満たす。

また，△PABの面積が△PCDの面積の３倍になるとき，

$$\frac{9}{2}(x - 15) = 3(27 - x) \times 3$$

という方程式が成り立ち，これを解くと

$x = 23$

なので，$15 \leqq x \leqq 27$を満たす。