

〈解答〉

$$\boxed{1} \quad (1) \quad \begin{cases} 220x + 330y = 5720 \\ 330x + 220y = 5720 - 440 \end{cases} \quad (2) \quad 1430\text{円}$$

$$\boxed{2} \quad (1) \quad 3 \text{ 通り} \quad (2) \quad \frac{5}{12}$$

$$\boxed{3} \quad (1) \quad a = 1, b = -3 \quad (2) \quad (12, 9) \quad (3) \quad \frac{144}{5} \text{cm}^2$$

配点 各2点 14点満点

〈解説〉

- $\boxed{1}$  (1) 最初に母親から買ってくるように頼まれていた商品Aの個数を  $x$  個, 商品Bの個数を  $y$  個とすると, その合計の代金が5720円であることから,

$$220x + 330y = 5720 \quad \cdots\text{①}$$

という式が成り立つ。また, 商品Aの個数と商品Bの個数を逆にして買ったため, 440円余ったことから,

$$330x + 220y = 5720 - 440 \quad \cdots\text{②}$$

という式が成り立つ。

- (2) ①, ②の両辺を110で割って,

$$2x + 3y = 52 \quad \cdots\text{①}'$$

$$3x + 2y = 48 \quad \cdots\text{②}'$$

①'  $\times 3$  - ②'  $\times 2$  より,  $5y = 60$

$$y = 12$$

これを①' に代入して,  $2x + 36 = 52$

$$x = 8$$

したがって, 最初に商品Aを8個, 商品Bを12個買ってくるように頼まれていたことになり, これは問題に合う。8と12の最大公約数は4なので,

$$m = 8 \div 4 = 2$$

$$n = 12 \div 4 = 3$$

より, 母親は2個ずつの商品Aと3個ずつの商品Bを1セットとして, 全部で4セットを配る予定であった。したがって, 1セットにかかる費用は

$$220 \times 2 + 330 \times 3 = 1430 \text{ [円]}$$

② 得点  $a$  と得点  $b$  について、すべての場合は下の表ようになる。

		大輔さんの目					
		1	2	3	4	5	6
美咲さんの目	1	2 : 4	2 : 5	2 : 6	2 : 7	2 : 8	2 : 9
	2	4 : 4	4 : 5	4 : 6	4 : 7	4 : 8	4 : 9
	3	6 : 4	6 : 5	6 : 6	6 : 7	6 : 8	6 : 9
	4	8 : 4	8 : 5	8 : 6	8 : 7	8 : 8	8 : 9
	5	10 : 4	10 : 5	10 : 6	10 : 7	10 : 8	10 : 9
	6	12 : 4	12 : 5	12 : 6	12 : 7	12 : 8	12 : 9

\* 枠内は、得点  $a$  (美咲の得点) : 得点  $b$  (大輔の得点)

(1) 表より、 $a = b$  になるのは、

$$(a, b) = (4, 4), (6, 6), (8, 8)$$

の3通りである。なお、これらの得点になるときの2人の目は、それぞれ

$$(美咲, 大輔) = (2, 1), (3, 3), (4, 5)$$

である。

(2) 表より、大輔さんが勝つ ( $a < b$  になる) のは、

$$(a, b) = (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (2, 8),$$

$$(2, 9), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (4, 8),$$

$$(4, 9), (6, 7), (6, 8), (6, 9), (8, 9)$$

の15通りである。なお、これらの得点になるときの2人の目は、それぞれ

$$(美咲, 大輔) = (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5),$$

$$(1, 6), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5),$$

$$(2, 6), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 6)$$

である。したがって、求める確率は

$$\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

③ (1) 点  $B(3, 0)$ 、 $C(0, -3)$  は、どちらも関数㉠のグラフ上の点なので、

$$a = \frac{0 - (-3)}{3 - 0}$$

$$= 1$$

である。また、点  $C$  の位置は関数㉠のグラフの切片なので、

$$b = -3$$

(2) 点  $D$  は関数㉡のグラフと関数㉠のグラフの交点なので、これらのグラフの式を連立方程式として解いた解が、点  $D$  の  $x$  座標、 $y$  座標になる。

$$\text{関数㉡の式} : y = \frac{1}{3}x + 5$$

関数①の式： $y = x - 3$

関数①の式を関数⑦の式に代入して、

$$x - 3 = \frac{1}{3}x + 5$$

$$3x - 9 = x + 15$$

$$3x - x = 15 + 9$$

$$2x = 24$$

$$x = 12$$

これを関数①の式に代入して、

$$y = 12 - 3$$

$$= 9$$

よって、 $D(12, 9)$

(3)  $AP : PB = 1 : 1$ なので、下の図より、

$$\triangle APD = \triangle BPD$$

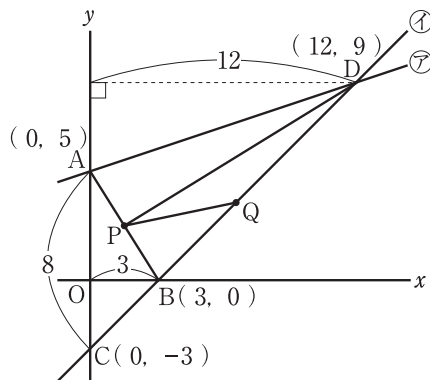
$$= \frac{1}{2} \triangle ABD \quad \cdots \text{I}$$

である。また、 $BQ : QD = 2 : 3$ なので、

$$\triangle DPQ = \triangle BPD \times \frac{3}{2+3}$$

$$= \frac{3}{5} \triangle BPD \quad \cdots \text{II}$$

である。



ここで、

$$\triangle ABD = \triangle ACD - \triangle ACB$$

であり、

$$A(0, 5), B(3, 0), C(0, -3), D(12, 9)$$

であることから、

$$\triangle ACD = \frac{1}{2} \times 8 \times 12$$

$$= 48 [\text{cm}^2]$$

$$\begin{aligned}\triangle ACB &= \frac{1}{2} \times 8 \times 3 \\ &= 12 [\text{cm}^2]\end{aligned}$$

となり,

$$\begin{aligned}\triangle ABD &= 48 - 12 \\ &= 36 [\text{cm}^2]\end{aligned}$$

なので, I, II より,

$$\begin{aligned}\triangle APD = \triangle BPD &= \frac{1}{2} \triangle ABD \\ &= \frac{1}{2} \times 36 \\ &= 18 [\text{cm}^2]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\triangle DPQ &= \frac{3}{5} \triangle BPD \\ &= \frac{3}{5} \times 18 \\ &= \frac{54}{5} [\text{cm}^2]\end{aligned}$$

以上より,

$$\begin{aligned}\text{四角形APQD} &= \triangle APD + \triangle DPQ \\ &= 18 + \frac{54}{5} \\ &= \frac{144}{5} [\text{cm}^2]\end{aligned}$$