

〈解答〉

① (1) 36cm^3 (2) $\frac{36}{a}\text{cm}$

② (1) ア 錯角 イ GAE ウ 180 エ 1組の辺とその両端の角

(2) $\frac{1}{3}$ 倍

配点 ①各2点, ②(1)各1点 (2)2点 10点満点

〈解説〉

① (1) 立方体 $ABCD-EFGH$ からくり抜いた立体 $O-PQRS$ は面 $PQRS$ を底面とする四角すいである。底面 $PQRS$ は正方形(ひし形の特別な形)であるので, その面積は

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18 \text{ [cm}^2\text{]}$$

である。したがって, 四角すい $O-PQRS$ の体積は,

$$\frac{1}{3} \times 18 \times 6 = 36 \text{ [cm}^3\text{]}$$

【公式】

$$\text{ひし形の面積} = \frac{1}{2} \times \text{対角線} \times \text{対角線}$$

$$\text{すい体の体積} = \frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高さ}$$

(2) $\triangle OPR$ は底辺 6cm , 高さ 6cm の二等辺三角形で, その面積は

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18 \text{ [cm}^2\text{]}$$

である。頂点 P と辺 OR の距離は, 頂点 P から辺 OR に引いた垂線の長さになるので, その垂線の長さを $x\text{ [cm]}$ とし, 辺 OR を底辺とすると, $\triangle OPR$ は底辺 $a\text{ [cm]}$, 高さ $x\text{ [cm]}$ と見なすことができ, その面積は

$$\frac{1}{2} \times a \times x = \frac{1}{2} ax \text{ [cm}^2\text{]}$$

と表される。したがって, $\triangle OPR$ の面積について,

$$18 = \frac{1}{2} ax$$

という等式が成り立つ。この式の両辺を入れかえて2倍すると,

$$ax = 36$$

両辺を a でわって,

$$x = \frac{36}{a}$$

② (1) 〔証明〕

△AEGと△CFHにおいて、

仮定より、 $AE = CF$ …①

平行線の **ア 錯角** なので、

$$\angle \text{イ } \angle GAE = \angle HCF \quad \dots \text{②}$$

仮定より、 $EG \parallel FH$ …③

③より、同じく平行線の **ア 錯角** なので、

$$\angle GEF = \angle HFE \quad \dots \text{④}$$

$$\begin{aligned} \text{④より、} \angle AEG &= \text{ウ } 180^\circ - \angle GEF \\ &= \text{ウ } 180^\circ - \angle HFE \\ &= \angle CFH \quad \dots \text{⑤} \end{aligned}$$

①, ②, ⑤より、**エ 1組の辺とその両端の角** がそれぞれ等しいので、
 $\triangle AEG \equiv \triangle CFH$

合同な三角形の対応する辺なので、 $EG = FH$ …⑥

③, ⑥より、1組の向かい合う辺が等しくて平行なので、
四角形EHFGは平行四辺形である。

(2) 平行四辺形ABCDの面積を S とすると、

$$\triangle ACD = \frac{1}{2} S$$

と表される。 $CF : AF = AE : CE = 4 : 11$ なので、

$$\begin{aligned} \triangle AFD &= \triangle ACD \times \frac{11}{4+11} \\ &= \frac{1}{2} S \times \frac{11}{4+11} \\ &= \frac{11}{30} S \end{aligned}$$

$AG : DG = AG : BH = 5 : 2$ なので、

$$\begin{aligned} \triangle AFG &= \triangle AFD \times \frac{5}{5+2} \\ &= \frac{11}{30} S \times \frac{5}{5+2} \\ &= \frac{11}{42} S \end{aligned}$$

$AE : FE = 4 : (11 - 4) = 4 : 7$ なので、

$$\begin{aligned} \triangle EFG &= \triangle AFG \times \frac{7}{4+7} \\ &= \frac{11}{42} S \times \frac{7}{4+7} \\ &= \frac{1}{6} S \end{aligned}$$

$\triangle EFG \equiv \triangle FEH$ なので、

$$\text{四角形EHFG} = \triangle EFG \times 2$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{6} S \times 2 \\ &= \frac{1}{3} S \end{aligned}$$

したがって、四角形EHFGの面積は平行四辺形ABCDの面積の $\frac{1}{3}$ になる。