

〈解答〉

① (1) ア $\frac{1}{4}x$ イ $108-x$ (2) 81mL

② (1) 20通り (2) $\frac{1}{5}$

③ (1) 3 (2) 12個 (3) -8

配点 ①(1)各1点 (2)2点 ②各2点 ③各2点 14点満点

〈解説〉

① (1) 最初に容器Aに入っていた水の量を x [mL] とすると、最初に容器Bに入っていた水の量は $(108-x)$ [mL] と表される。 x [mL] の $\frac{1}{4}$ は $\frac{1}{4}x$ [mL] なので、この水を容器Aから容器Bに加える操作を行った後、それぞれの容器に入っている水の量は、

$$\text{容器A} \quad x - \frac{1}{4}x \text{ [mL]}$$

$$\text{容器B} \quad (108-x) + \frac{1}{4}x \text{ [mL]}$$

と表される。容器Bに入っている水の量が容器Aに入っている水の量の3倍になったので、

$$3\left(x - \frac{1}{4}x\right) = (108-x) + \frac{1}{4}x$$

という方程式が成り立つ。

(2) (1)でつくった方程式の両辺のカッコをはずすと、

$$3x - \frac{3}{4}x = 108 - x + \frac{1}{4}x$$

両辺を4倍して、

$$12x - 3x = 432 - 4x + x$$

$$9x = 432 - 3x$$

右辺の $-3x$ を左辺に移項して、

$$9x + 3x = 432$$

$$12x = 432$$

両辺を12で割って、

$$x = 36$$

以上より、操作前の容器Aには36[mL]、容器Bには

$$108 - 36 = 72 \text{ [mL]}$$

の水が入っていたことになり、これは問題に合う。

したがって、操作後に容器Bに入っている水の量は、

$$72 + 36 \times \frac{1}{4} = 81 \text{ [mL]}$$

- ② (1) 手順Ⅱにおいて、A君は5本の棒から1本だけを取り出すので、その取り出し方は5通りである。手順のⅢにおいて、Bさんは残りの4本の棒から1本だけを取り出すので、その取り出し方は4通りである。したがって、A君とBさんによる棒の取り出し方は、

$$5 \times 4 = 20 \text{ [通り]}$$

- (2) A君の取り出した棒に偶数が書かれているのは、2と4の2通りで、残りの棒からBさんが取り出した棒に書かれている数がこれらよりも小さい組み合わせは、

$$(A \text{ 君}, B \text{ さん}) = (2, 1)$$

$$(4, 1), (4, 2), (4, 3)$$

の4通りである。したがって、求める確率は

$$\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

- ③ (1) 点Aは関数①のグラフ上の点なので、関数①の式である $y = \frac{18}{x}$ に $x = 6$ を代入して、

$$y = \frac{18}{6}$$

$$= 3$$

よって、点Aの座標は(6, 3)となる。

- (2) 関数①の式 $y = \frac{18}{x}$ の両辺に x をかけると、

$$xy = 18$$

x 座標、 y 座標が整数で、これらの積が18となることから、 x 、 y はいずれも18の約数である。

18の約数は1, 2, 3, 6, 9, 18なので、

$$(x, y) = (1, 18), (2, 9), (3, 6),$$

$$(6, 3), (9, 2), (18, 1)$$

の6個が考えられる。ただし、 x 、 y が負の数の場合もあるので、

$$(x, y) = (-1, -18), (-2, -9),$$

$$(-3, -6), (-6, -3),$$

$$(-9, -2), (-18, -1)$$

の6個も考えられる。以上より、

$$6 + 6 = 12 \text{ [個]}$$

- (3) 点Aと点Bは原点に対して点対称な位置にあるので、点Bの座標は(-6, -3)である。また、

$$\triangle ABC = \triangle OAC + \triangle OBC$$

であり、辺OCを底辺とすると、点A、Bのx座標より、 $\triangle OAC$ も $\triangle OBC$ も高さは6である。したがって、

$$\triangle OAC = \frac{1}{2} \times OC \times 6$$

$$= 3OC$$

$$\triangle OBC = \frac{1}{2} \times OC \times 6$$

$$= 3OC$$

と表されることから、

$$3OC + 3OC = 48$$

という方程式が成り立つ。

これを解いて、

$$OC = 8$$

よって、点Cのy座標は、

$$0 - 8 = -8$$