〈解答〉

$\boxed{1}$ ⑴ 3

⑵ 43列目

⑶ ① $S=25n-9$ ② 192

$\boxed{2}$ ⑴ ① 180度 ② $18\pi\ \mathrm{cm}^2$

⑵ ① 3 cm ② $5\sqrt{3}\pi\ \mathrm{cm}^3$

配点 $\boxed{1}$⑴，⑶①，$\boxed{2}$⑴①，⑵①は各１点　他は各２点　12点満点

〈解説〉

$\boxed{1}$ ⑴ 上の段は，５列ごとに同じパターンが繰り返される。したがって，５の倍数である15列目より２大きい17列目には，３を記入する。

⑵ 上の段は５列ごと，下の段は４列ごとに同じパターンが繰り返されるので，これらの最小公倍数である20列分が１つのまとまりになっている。したがって，１つのまとまり内の３列目と同じマス目は，

３列目，23列目，43列目，…

に現れる。

⑶ ① 上の段において，５列ごとに繰り返されるパターン｛1，3，5，7，9｝を「上群」とする。１列目から５n列目までには，「上群」が

$5n\div 5=n$〔個〕

あり，１つの「上群」内の自然数の和は

$1+3+5+7+9=25$

なので，n個の「上群」内の自然数の和は，

$n\times 25=25n$

と表される。また，５n列目には９を記入するので，１列目から$(5n-1)$列目までに記入する自然数の和Sは，

$S=25n-9$

と表される。

② $S=191$となるので，

$25n-9=191$

$n=8$

よって，$(5n-1)$列目は

$5\times8-1=39$〔列目〕

である。ここで，下の段において，4列ごとに繰り返されるパターン $\{2,4,6,8\}$ を「下群」とすると，1つの「下群」内の自然数の和は

$2+4+6+8=20$

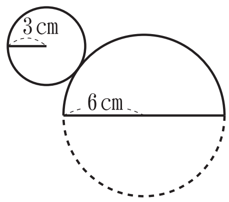
である。また，1列目から39列目までには

$39\div4=9$ 余り 3

より9個の「下群」があり，37〜39列目にはそれぞれ2，4，6を記入する。以上より，1列目から39列目までに記入する自然数の和は，

$9\times20+2+4+6=192$

2 (1) ① 右の図のように，側面を展開したおうぎ形のもととなる円について，半径が6㎝であることから，その円周は



$2\pi\times6=12\pi$〔㎝〕

である。また，底面の円の半径は3㎝なので，その円周(おうぎ形の弧の長さ)は

$2\pi\times3=6\pi$〔㎝〕

である。よって，おうぎ形の中心角の大きさは，

$360^\circ\times\dfrac{6\pi}{12\pi}=180^\circ$

② 半径が6㎝，中心角の大きさが180°のおうぎ形なので，その面積は

$\pi\times6^2\times\dfrac{180^\circ}{360^\circ}=18\pi$〔$\text{cm}^2$〕

(2) ① 円外の1点から円に引いた2本の接線の長さは等しいので，

AP＝AC＝3〔㎝〕

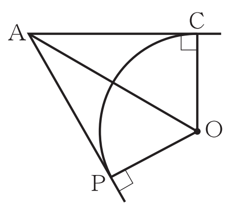
である。よって，

BP＝AB－AP＝6－3

＝3〔㎝〕

である。なお，下線部については，次のように証明できる。

【証明】右の図の△ACOと△APOにおいて，



AO＝AO(共通辺)

CO＝PO(円Oの半径)

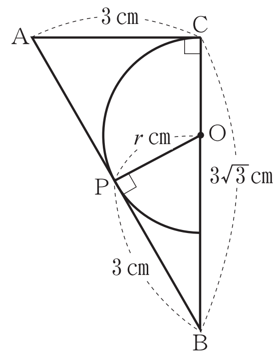
∠ACO＝∠APO＝90°

(円Oと直線の接点)

なので，直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいことより，△ACO≡△APO

対応する辺なので，AC＝AP

② 右の図の△ABCと△OBPは，



$\angle$ABC＝$\angle$OBP

(共通角)

$\angle$ACB＝$\angle$OPB＝90°

(円Oと直線の接点)

なので，2組の角がそれぞれ等しいことより，

△ABC∽△OBP

したがって，

AC：OP＝BC：BP

となり，OP＝r cmなので，

$3 : r = 3\sqrt{3} : 3$

$r = \sqrt{3}$〔cm〕

である。容器に残っている水の体積は，底面の半径３cm，高さ$3\sqrt{3}$cmの円錐の体積と，半径$\sqrt{3}$cmの球の体積との差になるので，

$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi \times (\sqrt{3})^3$

$= 9\sqrt{3}\pi - 4\sqrt{3}\pi$

$= 5\sqrt{3}\pi$〔cm³〕