〈解答〉

1 (1) $a=\frac{1}{2}$

(2) $y=x+4$

(3) ① $t+4-\frac{1}{2}t^2$　② $\left(\frac{1+\sqrt{17}}{2},\ 0\right)$

2 (1) ア 180　イ CAQ　ウ 斜辺と１つの鋭角

(2) 26cm^2

(3) $\frac{8\sqrt{5}}{5}$cm

配点　1(1)，(3)①，2(1)ア，イ，ウ　(2)は各１点　他は各２点　12点満点

〈解説〉

1 (1) A$(-2,\ 2)$は関数㋐のグラフ上の点なので，関数㋐の式である$y=ax^2$に$x=-2$，$y=2$を代入して，

$$2=a\times(-2)^2$$

これを解いて，

$$a=\frac{1}{2}$$

である。

(2) 点Bは関数㋐のグラフ上の点なので，関数㋐の式である$y=\frac{1}{2}x^2$に$x=4$を代入して，

$$y=\frac{1}{2}\times4^2=8$$

よって，B$(4,\ 8)$である。関数㋑の式を$y=mx+n$とおき，点Aを通ることから$x=-2$，$y=2$を，点Bを通ることから$x=4$，$y=8$をそれぞれ代入して，

$$2=-2m+n$$

$$8=4m+n$$

これらを連立方程式として解くと，

$$m=1,\ n=4$$

が求められる。したがって，関数㋑の式は

$$y=x+4$$

である。

(3) ① 点Pのx座標をtとすると，点Q，Rのx座標もtである。点Qは関数㋐のグラフ上の点なので，

$$Q\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$$

と表せる。また，点Rは関数㋑のグラフ上の点なので，

$$R(t,\ t+4)$$

と表せる。したがって，QRの長さは

$$QR = t + 4 - \frac{1}{2}t^2$$

と表すことができる。

② 線分PQとQRを底辺とすると，△APQと△AQRの高さは等しいので，△APQと△AQRの面積が等しくなるとき，

$$PQ = QR$$

になる。

$$PQ = \frac{1}{2}t^2 - 0 = \frac{1}{2}t^2$$

なので，①で表したQRの長さを利用して，

$$t + 4 - \frac{1}{2}t^2 = \frac{1}{2}t^2$$

という方程式が成り立つ。これを解いて，

$$t + 4 - \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{2}t^2 = 0$$

$$t + 4 - t^2 = 0$$

$$t^2 - t - 4 = 0$$

左辺は因数分解できないので，解の公式を利用して，

$$t = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

ただし，$0 < t < 4$ なので，

$t = \dfrac{1+\sqrt{17}}{2}$ は問題に合う。

$t = \dfrac{1-\sqrt{17}}{2}$ は問題に合わない。

したがって，

$$P\left(\frac{1+\sqrt{17}}{2},\ 0\right)$$

である。

2　⑴　〔証明〕

△ABPと△CAQにおいて，

仮定より，

AB＝CA　…①

∠APB＝∠CQA＝90°　…②

△ABPの内角より，

∠ABP＝ $\boxed{\text{ア}\quad 180}$ °－90°－∠BAP

＝90°－∠BAP　…③

∠BAC＝90°なので，

∠ $\boxed{\text{イ}\quad \text{CAQ}}$ ＝90°－∠BAP　…④

③，④より，∠ABP＝∠ $\boxed{\text{イ}\quad \text{CAQ}}$　…⑤

①，②，⑤より，直角三角形の

$\boxed{\text{ウ}\quad \text{斜辺と1つの鋭角}}$ がそれぞれ等しいので，

△ABP≡△CAQ

⑵　線分PRとQSは，合同な三角形（△ABPと△CAQ）の対応する辺（辺ABと辺CA）を底辺としたときの高さになるので，

PR＝QS

これと

PA＝QC

∠PRA＝∠QSC＝90°

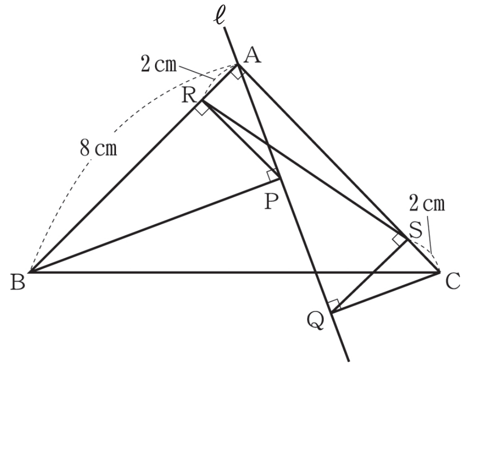
より，直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいので

△PAR≡△QCS

となり，

AR＝CS＝２㎝

である。よって，下の図より，



四角形RBCS＝△ABC－△ARS

$$=\frac{1}{2}\times 8\times 8-\frac{1}{2}\times 2\times(8-2)$$

$$=26〔\text{cm}^2〕$$

である。

⑶　⑴の証明と同様に，△ABP≡△CAQとなるので，下の図のように，

AP＝CQ＝a〔cm〕

BP＝AQ＝$2a$〔cm〕

である。よって，四角形PBCQを台形と見なすと，

$$\text{四角形PBCQ}=\frac{1}{2}\times(\text{CQ}+\text{BP})\times\text{PQ}$$

$$=\frac{1}{2}\times(a+2a)\times 3a$$

$$=\frac{9}{2}a^2〔\text{cm}^2〕$$

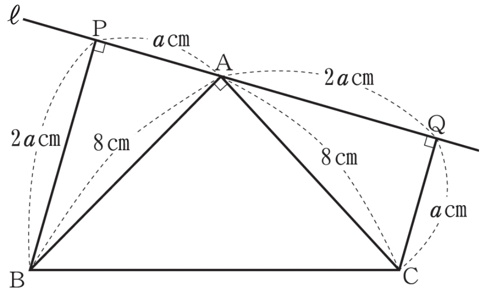
と表せる。また，四角形PBCQは３つの三角形（△ABP，△CAQ，△ABC）によってできているので，

$$\text{四角形PBCQ}=\triangle\text{ABP}+\triangle\text{CAQ}+\triangle\text{ABC}$$

$$=\frac{1}{2}\times a\times 2a\times 2+\frac{1}{2}\times 8\times 8$$

$$=2a^2+32〔\text{cm}^2〕$$

と表せる。



以上より，

$$\frac{9}{2}a^2=2a^2+32$$

という方程式が成り立つ。これを解くと，

$$a=\pm\frac{8\sqrt{5}}{5}$$

ただし，$a>0$ なので，

$a=\frac{8\sqrt{5}}{5}$は問題に合う。

$a=-\frac{8\sqrt{5}}{5}$は問題に合わない。

したがって，

$$\mathrm{AP}=\frac{8\sqrt{5}}{5}〔\mathrm{cm}〕$$

である。