

〈解答〉

① (1)  $768\pi\text{ cm}^3$       (2)  $588\pi\text{ cm}^2$

② (1) ア DF    イ CD    ウ 2組の辺とその間の角    エ 錯角    オ  $\frac{4}{3}$ 倍

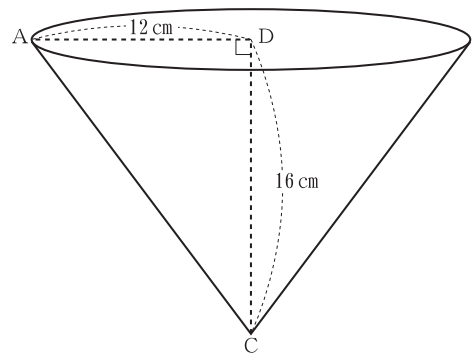
配点 ②(1)ア～エは各1点, 他各2点 10点満点

〈解説〉

① (1)  $\triangle ACD$ を1回転させてできる立体は, 右の図のような, 底面の半径12cm, 高さ16cmの円すいになるのので, その体積は,

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 12^2 \times 16 = 768\pi\text{ cm}^3$$

である。



(2)  $\triangle ABC$ を1回転させてできる立体は, 下の図のような立体になる。母線の長さが  $l$  cm, 底面の半径が  $r$  cmの円すいの展開図において, 側面のおうぎ形の中心角は,

$$360^\circ \times \frac{2\pi \times r}{2\pi \times l} = 360^\circ \times \frac{r}{l}$$

という式で求められる。したがって, 母線ACによってできる側面の展開図は, 半径が20cm, 中心角の大きさが

$$360^\circ \times \frac{12}{20} = 216^\circ$$

のおうぎ形になるので, その面積は

$$\pi \times 20^2 \times \frac{216^\circ}{360^\circ} = 240\pi\text{ cm}^2$$

である。また, 母線BCによってできる側面の展開図は, 半径が15cm, 中心角の大きさが

$$360^\circ \times \frac{12}{15} = 288^\circ$$

のおうぎ形になるので, その面積は

$$\pi \times 15^2 \times \frac{288^\circ}{360^\circ} = 180\pi\text{ cm}^2$$

である。さらに, 母線ABによってできる側面の展開図は, 縦が7cm, 横が

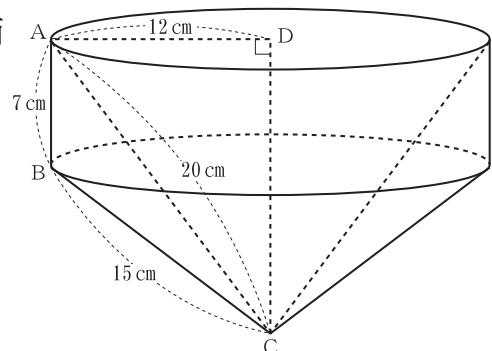
$$2\pi \times 12 = 24\pi\text{ cm}$$

の長方形になるので, その面積は

$$7 \times 24\pi = 168\pi\text{ cm}^2$$

である。以上より, 求める表面積は

$$240\pi + 180\pi + 168\pi = 588\pi\text{ cm}^2$$



となる。

【別解】 母線の長さが  $\ell$  cm, 底面の半径が  $r$  cm の円すいの展開図において, 側面のおうぎ形の中心角は,

$$360^\circ \times \frac{2\pi \times r}{2\pi \times \ell} = 360^\circ \times \frac{r}{\ell}$$

になるので, その面積は

$$\pi \times \ell^2 \times (360^\circ \times \frac{r}{\ell} \div 360^\circ) = \pi \ell r$$

という式によって求められる。このことを利用すると,

$$\begin{aligned} \pi \times 20 \times 12 + \pi \times 15 \times 12 + 7 \times 24\pi \\ = 588\pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

と求められる。

② (1) [証明]

$\triangle ADF$  と  $\triangle CDF$  において,

共通な辺なので,  $\boxed{\text{ア}} \text{ DF} = \boxed{\text{ア}} \text{ DF}$  …①

四角形 ABCD はひし形なので,  $AD = \boxed{\text{イ}} \text{ CD}$  …②

$\triangle ABD \equiv \triangle CBD$  なので,  $\angle ADF = \angle CDF$  …③

①, ②, ③より,  $\boxed{\text{ウ}} \text{ 2組の辺とその間の角}$  がそれぞれ等しいので,

$$\triangle ADF \equiv \triangle CDF$$

合同な2つの図形における対応する角なので,

$$\angle DAF = \angle DCF \quad \dots \text{④}$$

また, 仮定より  $AD \parallel BE$  で,  $\boxed{\text{エ}} \text{ 錯角}$  は等しいので,

$$\angle DAF = \angle CEG \quad \dots \text{⑤}$$

④, ⑤より,

$$\angle DCF = \angle CEG$$

(2)  $DG = CG$  より,

$$\triangle DFG = \triangle CFG$$

なので, 次のページの図のように, これらの面積を  $\boxed{1}$  とすると,

$$\triangle FCD = \boxed{1} + \boxed{1}$$

$$= \boxed{2}$$

となる。  $\triangle FAD \equiv \triangle FCD$  なので,

$$\triangle FAD = \boxed{2}$$

となり,

$$\triangle DAG = \boxed{2} + \boxed{1}$$

$$= \boxed{3}$$

となる。また,  $BF : DF = 2 : 1$  なので

$$\triangle ABF = \triangle FAD \times 2$$

$$= \boxed{2} \times 2$$

$$= \boxed{4}$$

である。ここで、

$$CG = DG, \angle CGE = \angle DGA,$$

$$\angle GCE = \angle GDA$$

より、 $\triangle CEG \cong \triangle DAG$ なので

$$\triangle CEG = \boxed{3}$$

である。したがって、

$$\boxed{4} \div \boxed{3} = \frac{4}{3} \text{倍}$$

となる。

