

〈解答〉

- ① (1) 2本
 (2) $V_1 : V_2 = 1 : 7$
- ② (1) ア ODF イ AO ウ DOE エ 1組の辺とその両端の角
 (2) $\frac{26}{5} \text{cm}^2$

配点 ②(1)は各1点 他は各2点 10点満点

〈解説〉

- ①
- (1) ねじれの位置にある辺とは、同一平面上にない辺のことである。したがって、平行な辺と交わっている辺をすべて除外すればよい。
 辺BCと平行な辺は辺EDの1本のみで、辺BCと交わっている辺は、辺AB、辺AC、辺EB、辺DCの4本なので、これらを除外すると、辺ADと辺AEの2本が辺BCとねじれの位置にある辺である。
- (2) 四角すいA-BCDEは、底面が1辺12cmの正方形で、高さであるAOの長さは10cmなので、その体積を V とすると、

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \times 12^2 \times 10 \\ &= 480 [\text{cm}^3] \end{aligned}$$

また、頂点Aを含む方の立体は、底面が1辺6cmの正方形で、高さであるAMの長さは

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}AO &= \frac{1}{2} \times 10 \\ &= 5 [\text{cm}] \end{aligned}$$

よって、その体積は、

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{3} \times 6^2 \times 5 \\ &= 60 [\text{cm}^3] \end{aligned}$$

したがって、頂点Bを含む方の立体の体積は、

$$\begin{aligned} V_2 &= V - V_1 \\ &= 480 - 60 \\ &= 420 [\text{cm}^3] \end{aligned}$$

以上より、

$$V_1 : V_2 = 60 : 420$$

$$= 1 : 7$$

2

(1) 〔証明〕

△AOEと△DOFにおいて、

AC, BDは正方形の対角線なので、

$$\angle OAE = \angle \boxed{\text{ア}} \text{ ODF} \quad \dots \text{①}$$

点Oは正方形の対角線の交点なので、

$$\boxed{\text{イ}} \text{ AO} = \text{DO} \quad \dots \text{②}$$

$$\angle AOD = 90^\circ \quad \dots \text{③}$$

$$\text{③より, } \angle AOE = 90^\circ - \angle \boxed{\text{ウ}} \text{ DOE} \quad \dots \text{④}$$

仮定より $\angle EOF = 90^\circ$ なので、

$$\angle DOF = 90^\circ - \angle \boxed{\text{ウ}} \text{ DOE} \quad \dots \text{⑤}$$

$$\text{④, ⑤より, } \angle AOE = \angle DOF \quad \dots \text{⑥}$$

①, ②, ⑥より, $\boxed{\text{エ}} \text{ 1組の辺とその両端の角}$ が、

それぞれ等しいので、

$$\triangle AOE \equiv \triangle DOF$$

(2) $DE = 6 \text{ cm}$ なので、

$$AE = 10 - 6$$

$$= 4 \text{ [cm]}$$

(1)より, $\triangle AOE \equiv \triangle DOF$ なので、

$$DF = AE$$

$$= 4 \text{ [cm]}$$

点Oから辺CDに垂線OHを引くと、その長さは、

$$OH = \frac{1}{2}AD$$

$$= \frac{1}{2} \times 10$$

$$= 5 \text{ [cm]}$$

よって、△OFDの面積は、

$$\triangle OFD = \frac{1}{2} \times DF \times OH$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 5$$

$$= 10 \text{ [cm}^2\text{]}$$

点Oは正方形ABCDの対角線の交点なので,

$$AO=DO$$

したがって,

$$\begin{aligned} DO : GO &= AO : GO \\ &= 25 : 13 \end{aligned}$$

DO, GOを底辺とすると, $\triangle OFD$ と $\triangle OFG$ は高さが等しいので,

$$\begin{aligned} \triangle OFD : \triangle OFG &= DO : GO \\ &= 25 : 13 \end{aligned}$$

以上より,

$$\begin{aligned} \triangle OFG &= \triangle OFD \times \frac{13}{25} \\ &= 10 \times \frac{13}{25} \\ &= \frac{26}{5} [\text{cm}^2] \end{aligned}$$