〈解答〉

$\boxed{1}$　(1)　11個　　(2)　189個　　(3)　①　$3n-2$　②　$4n^2-4n+1$

$\boxed{2}$　(1)　2　　(2)　$36\sqrt{2}$ cm^3　　(3)　$6+\sqrt{2}$〔cm〕

配点　$\boxed{1}$(1)(2)は各１点　他各２点　　12点満点

〈解説〉

$\boxed{1}$　(1)　書き並べた自然数の個数は,

1番目…1個

2番目…3個

3番目…5個

なので, n 番目のまとまりでは

$2n-1$〔個〕

と表される。よって, 6番目のまとまりでは,

$2\times6-1=11$〔個〕

(2)　書き並べた自然数の個数の合計は,

1番目まで…1個

2番目まで…$1+3=4$〔個〕(2^2個)

3番目まで…$1+3+5=9$〔個〕(3^2個)

なので, n 番目のまとまりまででは,

n^2〔個〕

と表される。7番目のまとまりから15番目のまとまりまでに書き並べた自然数の個数の合計は, 15番目のまとまりまでに書き並べた自然数の個数の合計から6番目のまとまりまでに書き並べた自然数の個数の合計を除けばよいので,

$15^2-6^2=189$〔個〕

(3)　①　まとまり内の最初の自然数は,

1番目…1

2番目…2

3番目…3

まとまり内の最後の自然数は,

1番目…1（1＋1〔個〕－1）

2番目…4（2＋3〔個〕－1）

3番目…7（3＋5〔個〕－1）

なので，n 番目のまとまり内の最後の自然数は，

$n+(2n-1)-1=3n-2$

② まとまり内の自然数の和は，

1番目…1（1^2）

2番目…2＋3＋4＝9（3^2）

3番目…3＋4＋5＋6＋7＝25（5^2）

なので，n 番目のまとまり内の自然数の和は，

$(2n-1)^2=4n^2-4n+1$

2 ⑴ 面の数は9面，頂点の数は9個，辺の数は16本なので，

(面の数)＋(頂点の数)－(辺の数)＝9＋9－16

＝2

【参考】 すべての面が平面によってできている立体においては，どのような立体であっても，

(面の数)＋(頂点の数)－(辺の数)＝2

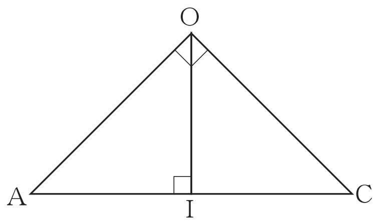
となる。このことを「オイラーの定理」という。

⑵ △ABCは，AB＝BC＝6〔cm〕，∠ABC＝90°の直角二等辺三角形である。また，3組の辺がそれぞれ等しいので，

△AOC≡△ABC

となり，△AOCも直角二等辺三角形である。

右の図のように，頂点Oから辺ACに垂線OIを引くと，△OIAは直角二等辺三角形になるので，OIの長さ(正四角すいO－ABCDの高さ)は



$6\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$〔cm〕

したがって，正四角すいO－ABCDの体積は

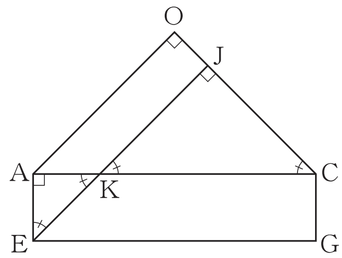
$\dfrac{1}{3}\times6^2\times3\sqrt{2}=36\sqrt{2}$〔$\mathrm{cm}^3$〕

⑶ 正方形ABCDの対角線なので，

$\mathrm{AC}=6\times\dfrac{\sqrt{2}}{1}$

$=6\sqrt{2}$〔cm〕

また，右の図で，∠JCK＝∠JKC＝∠AKE＝∠AEKなので，△JKC，△AKEは，直角二等辺三角形である。



$$\mathrm{AK}=\mathrm{AE}$$
$$=2\text{〔cm〕}$$
$$\mathrm{EK}=\mathrm{AE}\times\frac{\sqrt{2}}{1}$$
$$=2\sqrt{2}\text{〔cm〕}$$

なので，

$$\mathrm{CK}=\mathrm{AC}-\mathrm{AK}$$
$$=6\sqrt{2}-2\text{〔cm〕}$$
$$\mathrm{JK}=\mathrm{CK}\times\frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$=(6\sqrt{2}-2)\times\frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$=6-\sqrt{2}\text{〔cm〕}$$

となる。したがって，

$$\mathrm{EJ}=\mathrm{EK}+\mathrm{JK}$$
$$=2\sqrt{2}+(6-\sqrt{2})$$
$$=6+\sqrt{2}\text{〔cm〕}$$