

〈解答〉

① (1) $\frac{3}{4}$ (2) 0 (3) $\frac{-x-y}{8}$ (4) $-4ab$ (5) $18x + 5$ (6) -3

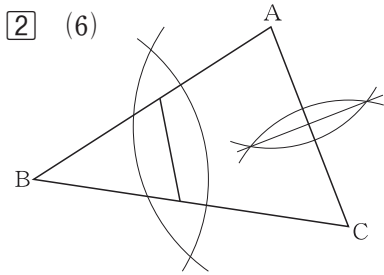
② (1) $p = -2, q = 2$ (完答) (2) $35 + 5n$ [点]

(3) ① 12通り ② $\frac{5}{7}$ (4) $n = 6$

(5) $\angle x = 29$ [度] (6) 右図

(7) $x = 4$ (8) $2\sqrt{13}$ [cm]

(9) 4 g



配点 ①(1)(2), ②(1)(2)(3)①②は各1点 他各2点 26点満点

〈解説〉

$$\begin{aligned} \text{① (1)} \quad & 2 - \frac{5}{4} \\ & = \frac{8}{4} - \frac{5}{4} \\ & = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2)} \quad & (-12) \div 4 - (-3) \\ & = -3 + 3 \\ & = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(3)} \quad & \frac{1}{4}(x-2y) - \frac{3}{8}(x-y) \\ & = \frac{x-2y}{4} - \frac{3(x-y)}{8} \\ & = \frac{2(x-2y)}{8} - \frac{3(x-y)}{8} \\ & = \frac{2(x-2y) - 3(x-y)}{8} \\ & = \frac{2x-4y-3x+3y}{8} \\ & = \frac{-x-y}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(4)} \quad & 8a^2b \div (-6ab) \times 3b \\ & = 8a^2b \times \left(-\frac{1}{6ab}\right) \times 3b \\ & = -\frac{8a^2b \times 3b}{6ab} \\ & = -\frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times a \times a \times b \times b}{2 \times 3 \times a \times b} \\ & = -4ab \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(5)} \quad & (3+x)(x+7) - (4-x)^2 \\ & = (x+3)(x+7) - (4-x)^2 \\ & = x^2 + (3+7)x + 3 \times 7 - (4^2 - 2 \times 4 \times x + x^2) \\ & = x^2 + 10x + 21 - (16 - 8x + x^2) \\ & = x^2 + 10x + 21 - 16 + 8x - x^2 \\ & = 18x + 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(6)} \quad & (\sqrt{32} - \sqrt{98}) \div \sqrt{2} \\ & = (4\sqrt{2} - 7\sqrt{2}) \div \sqrt{2} \\ & = -3\sqrt{2} \div \sqrt{2} \\ & = -3 \end{aligned}$$

② (1) 右の図のように,

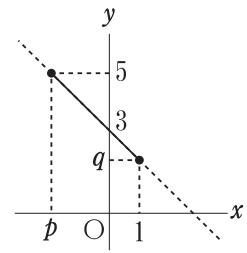
x の最小値 $x = p$ のときに y の最大値 $y = 5$

x の最大値 $x = 1$ のときに y の最小値 $y = q$

になる。 $y = -x + 3$ に, $x = p, y = 5$ と $x = 1, y = q$ をそれぞれ代入して,

$$5 = -p + 3 \text{ より } p = -2$$

$$q = -1 + 3 \text{ より } q = 2$$



(2) 国語, 社会, 理科, 英語の 4 科目の合計点は

$$35 \times 4 = 140 \text{ [点]}$$

である。数学の得点を x 点とすると, 5 科目の平均点が $(35 + n)$ 点になることから,

$$\frac{140 + x}{5} = 35 + n$$

という等式が成り立つ。両辺を 5 倍して,

$$140 + x = 175 + 5n$$

右辺の 140 を左辺に移項して,

$$x = 35 + 5n$$

(3) ① 男子生徒 1 人の選び方は 4 通りであり, それぞれの場合に対して女子生徒 1 人の選び方は 3 通りずつなので,

$$4 \times 3 = 12 \text{ [通り]}$$

② 少なくとも 1 人の女子生徒が選ばれるためには, 2 人とも男子生徒にならなければよい。男子生徒を P~S, 女子生徒を T~V とすると, 清掃委員の決め方のすべての場合の数は,

(P, Q), (P, R), (P, S), (P, T), (P, U), (P, V), (Q, R), (Q, S),
 (Q, T), (Q, U), (Q, V), (R, S), (R, T), (R, U), (R, V), (S, T),
 (S, U), (S, V), (T, U), (T, V), (U, V)

の 21 通りであり, 2 人とも男子生徒になるのは,

(P, Q), (P, R), (P, S), (Q, R), (Q, S), (R, S)

の 6 通りなので, 求める確率は,

$$1 - \frac{6}{21} = 1 - \frac{2}{7} \\ = \frac{5}{7}$$

(4) 150 を素因数分解すると,

$$150 = 2 \times 3 \times 5^2$$

なので,

$$\sqrt{\frac{150}{n}} = \sqrt{\frac{2 \times 3 \times 5^2}{n}}$$

と表され、この値が整数になるためには、根号内が平方数(ある自然数の2乗の数)にならなければならない。このような自然数 n は、

$$n = 2 \times 3$$

$$n = 2 \times 3 \times 5^2$$

の2通りがある。これらのうち、最小のものは

$$n = 2 \times 3$$

$$= 6$$

である。

(5) 弧BCに対する円周角・中心角の関係より、

$$\angle BOC = 2 \angle BAC$$

$$= 2 \times 61^\circ$$

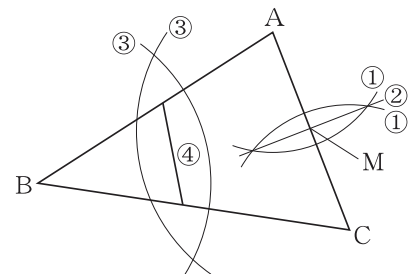
$$= 122^\circ$$

$\triangle OBC$ は $OB=OC$ の二等辺三角形なので、

$$\angle OBC (\angle x) = (180^\circ - 122^\circ) \div 2$$

$$= 29^\circ$$

(6) 頂点Bと辺ACの中点は、折り目を軸とする線対称の位置にある。したがって、右の図のように、以下の手順①～④で作図するとよい。



- ① 頂点A, 頂点Cを中心とする, 半径の等しい円弧をかく。
- ② ①の円弧どうしの交点を通る直線と辺ACの交点(点Mとする)を求める。
- ③ 頂点B, 点Mを中心とする, 半径の等しい円弧をかく。
- ④ ③の円弧どうしの交点を通る直線のうち, $\triangle ABC$ の内部にある部分を引く。

(7) 針金Aを折り曲げてつくった長方形の横の長さは

$$x + 2 \text{ [cm]}$$

と表されるので、この長方形の面積は

$$x(x + 2) \text{ [cm}^2\text{]}$$

と表される。また、針金Aの長さは

$$2x + 2(x + 2) = 4x + 4 \text{ [cm]}$$

と表されるので、針金Bの長さは

$$2(4x + 4) = 8x + 8 \text{ [cm]}$$

と表され、針金Bを折り曲げてつくった正方形の1辺の長さは

$$(8x + 8) \div 4 = 2x + 2 \text{ [cm]}$$

と表されるので、この正方形の面積は

$$(2x + 2)^2 \text{ [cm}^2\text{]}$$

と表される。以上より、

$$(2x + 2)^2 = x(x + 2) + 76$$

という方程式が成り立つ。これを解くと、

$$4x^2 + 8x + 4 = x^2 + 2x + 76$$

$$3x^2 + 6x - 72 = 0$$

$$x^2 + 2x - 24 = 0$$

$$(x + 6)(x - 4) = 0$$

$$x = -6, 4$$

ただし、 $x > 0$ なので、 $x = -6$ は問題に適さない。

$x = 4$ は問題に適する。

(8) 円すいの側面の展開図における中心角は、

$$360^\circ \times \frac{2 \times \pi \times 2}{2 \times \pi \times 6} = 120^\circ$$

である。糸の長さが最も短くなるように側面に糸をはるとき、右の図のように、点Aと点Pを結ぶ直線に沿ってはればよい。点Pから母線AOの延長に垂線を引き、これらの交点を点Hとすると、

$\triangle POH$ は

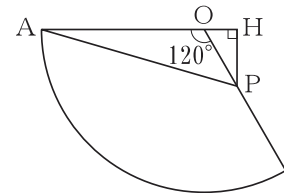
$$\begin{aligned} PO &= 6 \times \frac{1}{1 + 2} \\ &= 2 \text{ [cm]} \end{aligned}$$

$$OH : PO : PH = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

なので、

$$\begin{aligned} OH &= 2 \times \frac{1}{2} \\ &= 1 \text{ [cm]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} PH &= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \sqrt{3} \text{ [cm]} \end{aligned}$$



になるので、 $\triangle PAH$ で三平方の定理より、

$$\begin{aligned} AP &= \sqrt{(6+1)^2 + (\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{52} \\ &= 2\sqrt{13} \text{ [cm]} \end{aligned}$$

(9) 質量が大きい方から10番目と11番目の小石は、どちらも40g以上44g未満の階級に属するので、20個の小石の中央値(メジアン)は

$$(40+44) \div 2 = 42 \text{ [g]}$$

である。また、度数が最も多い階級は36g以上40g未満の階級なので、最頻値(モード)は

$$(36+40) \div 2 = 38 \text{ [g]}$$

である。したがって、中央値と最頻値の差は、

$$42 - 38 = 4 \text{ [g]}$$