〈解答〉

1　(1)　$a=\frac{1}{2}$，$b=-2$(完答)

(2)　$-\frac{25}{4}\leqq y\leqq 0$

(3)　20π

2　(1)　2本

(2)　$\frac{100}{3}\text{cm}^3$

(3)　CP：FQ＝11：16

配点　各2点　12点満点

〈解説〉

1　(1)　関数㋐の式である $y=-\frac{1}{4}x^2$ に $x=-4,\ 2$ をそれぞれ代入して，

$$y=-\frac{1}{4}\times(-4)^2$$
$$=-4$$
$$y=-\frac{1}{4}\times 2^2$$
$$=-1$$

したがって，A$(-4,\ -4)$，B$(2,\ -1)$である。

関数㋑の式である $y=ax+b$ に $x=-4$，$y=-4$ と $x=2$，$y=-1$ をそれぞれ代入して，

$$-4=-4a+b$$
$$-1=2a+b$$

これらを連立方程式として解いて，

$$a=\frac{1}{2},\ b=-2$$

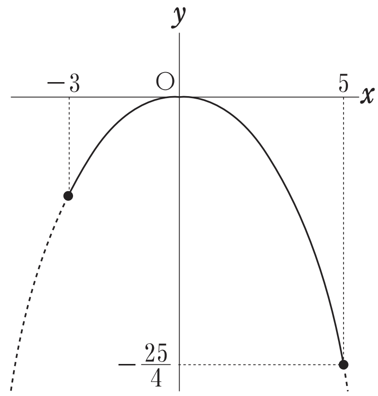
(2)　x の変域に0を含み，関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフは下に開く(上に凸という)ので，y の値は，

$x=0$ のときに　　最大値 $y=0$

になる。-3と5とでは5の方が絶対値が大きいので，y の値は，

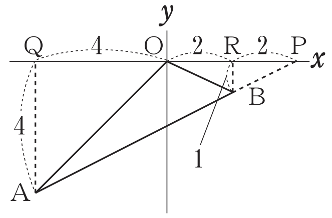
$x=5$ のときに最小値 $y=-\frac{25}{4}$

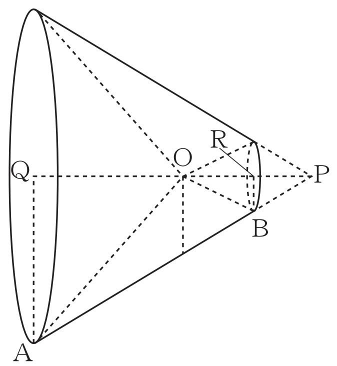
になる。したがって，y の変域は，



$-\frac{25}{4} \leqq y \leqq 0$

⑶　右の図のように，関数㋑のグラフと x 軸の交点を点P（４，０），点A，Bから x 軸に引いた垂線と x 軸の交点をそれぞれ点Q（−4，０），R（２，０）とすると，下の図のように，求める立体の体積は，x 軸を中心として△PAQを１回転させてできる立体の体積から，△PBR，△OBR，△OAQを１回転させてできる立体の体積を除いたものになる。





△PAQの回転体 $= \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 8$

$= \frac{128}{3}\pi$

△PBRの回転体 $= \frac{1}{3} \times \pi \times 1^2 \times 2$

$= \frac{2}{3}\pi$

△OBRの回転体 $= \frac{1}{3} \times \pi \times 1^2 \times 2$

$= \frac{2}{3}\pi$

△OAQの回転体 $= \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 4$

$= \frac{64}{3}\pi$

以上より，

△OABの回転体 $= \frac{128}{3}\pi - \frac{2}{3}\pi - \frac{2}{3}\pi - \frac{64}{3}\pi$

$= 20\pi$

2　⑴　ねじれの位置にある辺とは，同一平面上にない辺のことである。したがって，平行な辺と交わっている辺をすべて除外すればよい。

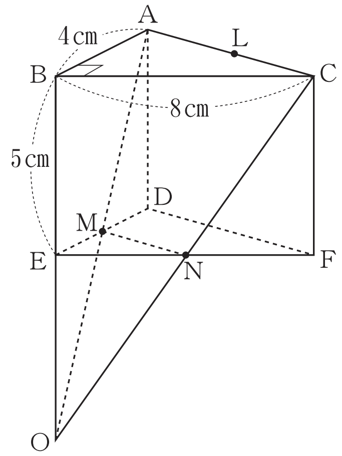
辺BEと平行な辺は，辺ADと辺CFで，辺BEと交わっている辺は，辺AB，辺BC，

辺DE，辺EFの４本である。これらの６本を除外すると，辺ACと辺DFの２本が辺BEとねじれの位置にある辺である。

⑵　右の図のように，辺BE，線分AM，線分CNを延長した交点を点Oとすると，△OEN≡△CFNより，

$OE = 5$〔cm〕

なので，



三角すいO－ABC

$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 4 \times 8 \times 10$

$= \frac{160}{3}$〔cm^3〕

三角すいO－MEN$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 4 \times 5$

$= \frac{20}{3}$〔cm^3〕

したがって，

立体ABC－MEN$= \frac{160}{3} - \frac{20}{3}$

$= \frac{140}{3}$〔cm^3〕

以上より，６点A，C，D，F，M，Nを頂点とする立体の体積は

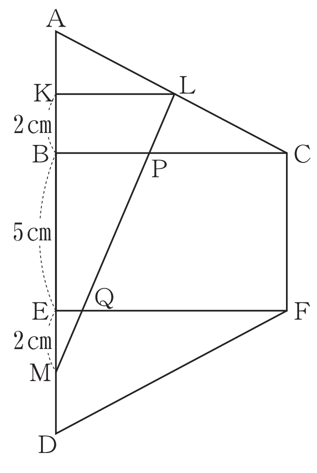
三角柱ABC－DEF－立体ABC－MEN

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 8 \times 5 - \frac{140}{3}$

$= \frac{100}{3}$〔cm^3〕

⑶　右の展開図において，

LP＋PQ＋QMの長さが最も短くなるとき，点P，点Qは線分LM上にある。点Lから辺ABに引いた垂線を線分LKとすると，



△MKL∽△MBP

∽△MEQ

で，相似比は

MK：MB：ME

＝(２＋５＋２)：(２＋５)：２

＝９：７：２

なので，LK＝９とすると，

PB＝７

QE＝２

とおける。また,

$$BC(EF) = 2LK = 18$$

なので,

$$\begin{aligned} CP : FQ &= (18 - 7) : (18 - 2) \\ &= 11 : 16 \end{aligned}$$