〈解答〉

1　(1)　①　32個　②　14番目

(2)　130個

(3)　$4n^2+3n$(本)

2　(1)　ア　180　イ　ADC　ウ　2組の角　エ　∽

(2)　$\frac{4}{9}a$(cm)

配点　1(1)①②，2(1)ア～エは各1点，他各2点　　12点満点

〈解説〉

1　(1)　①　4番目の長方形において，1辺が h cmの正方形は，縦に4列，横に8列並んでいるので，

$4\times 8=32$〔個〕

②　x 番目の長方形において，1辺が h cmの正方形は，縦に x 列，横に $2x$ 列並んでいるので，

$x\times 2x=392$

という方程式が成り立つ。これを解いて，

$2x^2=392$

$x^2=196$

$x>0$ なので，$x=14$

したがって，14番目の長方形である。

(2)　5番目の長方形は，縦が $5h$cm，横が $10h$cmなので，

1辺が $h$cmの正方形は $5\times 10=50$〔個〕

1辺が $2h$cmの正方形は $(5-1)\times(10-1)=36$〔個〕

1辺が $3h$cmの正方形は $(5-2)\times(10-2)=24$〔個〕

1辺が $4h$cmの正方形は $(5-3)\times(10-3)=14$〔個〕

1辺が $5h$cmの正方形は $(5-4)\times(10-4)=6$〔個〕

できている。したがって，

$50+36+24+14+6=130$〔個〕

(3)　n 番目の長方形において，縦向きに並べたマッチ棒の本数は，縦向きに n 本並んだものが $(2n+1)$ 組あることから，

$n\times(2n+1)=n(2n+1)$〔本〕

横向きに並べたマッチ棒の本数は，横向きに $2n$ 本並んだものが $(n+1)$ 組あることから，

$2n\times(n+1)=2n(n+1)$〔本〕

以上より，並べたすべてのマッチ棒の本数は，

$$\begin{aligned} n(2n+1)+2n(n+1) &= 2n^2+n+2n^2+2n \\ &= 4n^2+3n \end{aligned}$$〔本〕

2 (1) 〔証明〕

△ABEと△ACDにおいて，

共通な角なので，∠BAE＝∠CAD …①

仮定より，∠BEC＝∠BDC …②

また，∠AEB＝ $\boxed{\text{ア}\quad 180}$ °－∠BEC …③

∠ $\boxed{\text{イ}\quad \text{ADC}}$ ＝ $\boxed{\text{ア}\quad 180}$ °－∠BDC …④

②，③，④より，∠AEB＝∠ $\boxed{\text{イ}\quad \text{ADC}}$ …⑤

①，⑤より， $\boxed{\text{ウ}\quad 2\text{組の角}}$ がそれぞれ等しいので，

△ABE $\boxed{\text{エ}\quad \backsim}$ △ACD

(2) (1)より，△ABE∽△ACDで，その相似比は

AB：AC＝6〔cm〕：9〔cm〕

＝2：3

よって，

$\mathrm{AE}=\mathrm{AD}\times\frac{2}{3}$

$=(6-2)\times\frac{2}{3}$

$=\frac{8}{3}$〔cm〕

△ABCと△AEDは，∠Aは共通な角であり，

AB：AE＝6〔cm〕：$\frac{8}{3}$〔cm〕

＝9：4

AC：AD＝9〔cm〕：(6－2)〔cm〕

＝9：4

であることから，2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので，

△ABC∽△AED

相似比は9：4なので，

$\mathrm{DE}=\frac{4}{9}\times\mathrm{CB}$

$=\frac{4}{9}a$〔cm〕