〈解答〉

$\boxed{1}$ (1) △ABPと△CAQにおいて,

仮定より，AB＝CA　…①

∠APB＝∠CQA＝90°　…②

△ABPの内角より，∠ABP＝180°－90°－∠BAP

∠PAQ＝180°より，∠CAQ＝180°－90°－∠BAP

よって，∠ABP＝∠CAQ　…③

①～③より, 直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいので, △ABP≡△CAQ

(2) $-\frac{1}{2}a^2+\frac{5}{2}a$ (cm²)

$\boxed{2}$ (1) $a=-1$，$b=4$ (完答)　(2) $0\leqq y\leqq\frac{9}{2}$　(3) $-1+\sqrt{17}$

配点　各２点　$\boxed{1}$(1)は４点　12点満点

〈解説〉

$\boxed{1}$ (1) △ABPと△CAQにおいて,

仮定より，AB＝CA　…①

∠APB＝∠CQA＝90°　…②

△ABPの内角より,

∠ABP＝180°－90°－∠BAP

∠PAQ＝180°より,

∠CAQ＝180°－90°－∠BAP

よって，∠ABP＝∠CAQ　…③

①～③より, 直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいので, △ABP≡△CAQ

(2) 右の図で，△APRと△CQSにおいて,

△ABP≡△CAQより，AP＝CQ　…④

∠PAR＝∠QCS　…⑤

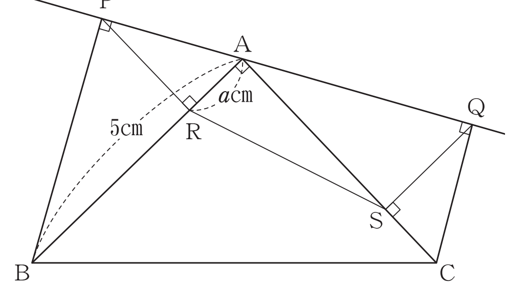
仮定より，∠ARP＝∠CSQ＝90°　…⑥

④～⑥より，直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいので，△APR≡△CQS

よって, AR＝CS＝$a$cmなので, AS＝(5－a) cm

以上より，△ARS＝$a\times(5-a)\times\frac{1}{2}$

$=-\frac{1}{2}a^2+\frac{5}{2}a$〔cm²〕



2 (1) $y=\frac{1}{2}x^2$に$x=-4$を代入して，$y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$

$y=\frac{1}{2}x^2$に$x=2$を代入して，$y=\frac{1}{2}\times 2^2=2$

したがって，A$(-4,\ 8)$，B$(2,\ 2)$

$y=ax+b$で，$a=\frac{2-8}{2-(-4)}=\frac{-6}{6}=-1$

よって，$y=-x+b$にA$(-4,\ 8)$を代入して，

$8=-1\times(-4)+b$

これより，$b=4$

(2) -1よりも3の方が絶対値が大きいので，xの変域が$-1\leqq x\leqq 3$のときには，$x=3$のときにyの変域が最大値となる。

$y=\frac{1}{2}x^2$に$x=3$を代入して，$y=\frac{1}{2}\times 3^2=\frac{9}{2}$

よって，$0\leqq y\leqq\frac{9}{2}$

(3) 右下の図で，Q$(0,\ 4)$，R$(0,\ 8)$とし，Rを通って㋑に平行な直線$(y=-x+8)$を引き，㋐との交点の1つをU$(x>0)$とする。

R，Oから㋑に垂線RS，OTを下ろすと，

RQ＝OQ

∠RSQ＝∠OTQ＝90°

∠RQS＝∠OQT

よって，△RSQ≡△OTQとなり，RS＝OT

ここで，△RABと△OABにおいて，底辺ABは共通，高さRS＝OTなので，

△RAB＝△OAB …①

直線$y=-x+8$は底辺ABに平行なので，

△UAB＝△RAB …②

①，②より，△UAB＝△OAB

したがって，点Uが求める点Pである。

右の図で，U$(t,\ -t+8)$とすると，Uは㋐の上の点でもあるので，

$y=\frac{1}{2}x^2$に$x=t$，$y=-t+8$を代入すると，$-t+8=\frac{1}{2}t^2$ …④

④を整理して，$t^2+2t-16=0$ …④′

④′を解いて，$t=-1\pm\sqrt{17}$

ただし，$t>0$なので，$t=-1+\sqrt{17}$