

〈解答〉

① (1) ① 16個 ② 40本 (2) $2n^2+2n$ 本 (3) 8

② (1) 4本 (2) $\frac{320}{3}\text{cm}^3$ (3) 24cm^2

配点 各2点 14点満点

〈解説〉

① (1) ① 4本のつまようじによって囲まれた小さな正方形の個数は、

1番目の正方形では1個

2番目の正方形では $2 \times 2 = 4$ 〔個〕

3番目の正方形では $3 \times 3 = 9$ 〔個〕

になっているので、

n 番目の正方形では $n \times n = n^2$ 〔個〕と表される。

よって、4番目の正方形では $4^2 = 16$ 〔個〕となる。

② 縦向きと横向きのつまようじの本数は等しく、並んでいるつまようじの合計本数は、

1番目の正方形では $1 \times 2 \times 2 = 4$ 〔本〕

2番目の正方形では $2 \times 3 \times 2 = 12$ 〔本〕

3番目の正方形では $3 \times 4 \times 2 = 24$ 〔本〕

になっているので、

n 番目の正方形では $n \times (n+1) \times 2 = 2n(n+1)$ 〔本〕と表される。

よって、4番目の正方形では $2 \times 4 \times (4+1) = 40$ 〔本〕となる。

(2) n 番目の正方形において、並んでいるつまようじの合計本数は、(1)②より、

$$2n(n+1) = 2n^2 + 2n \text{〔本〕}$$

(3) 4本のつまようじによって囲まれた小さな正方形の個数は、(1)①より、 n 番目の正方形では n^2 個と表されるので、

x 番目の正方形では x^2 個

$x+1$ 番目の正方形では $(x+1)^2$ 個

よって、 $(x+1)^2 - x^2 = 17$ という式が成り立つ。

これを解いて、 $x = 8$

- ② (1) ねじれの位置にある2直線とは、同一平面上にない2直線のこと、同一平面上にある2直線は、交わっているか平行になっている。

辺ADと交わっている辺は、辺AE, AC, AF, DC, DHの5本、辺ADと平行になっている辺は、辺EH, FGの2本である。したがって、辺ADとねじれの位置にある辺は、辺CF, EF, GH, CGの4本である。

- (2) (立体ACD-EFGH)

$$= (\text{直方体ABCD-EFGH}) - (\text{三角すいF-ABC})$$

$$= 4 \times 4 \times 8 - 4 \times 4 \times \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{1}{3}$$

$$= 128 - \frac{64}{3}$$

$$= \frac{320}{3} [\text{cm}^3]$$

- (3) 切り離れた三角すいF-ABCにおいて、辺BA, BC, BFに沿って切り開いて展開すると、下の図のような1辺8cmの正方形になる。

よって、切り口の $\triangle ACF$ の面積は、

$$8 \times 8 - 8 \times 4 \times \frac{1}{2} \times 2 - 4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 64 - 32 - 8$$

$$= 24 [\text{cm}^2]$$

