〈解答〉

1　(1)　$(40-2x)(80-2x)=40\times 80-684$　　(2)　3 m

2　(1)　36通り　　(2)　$\dfrac{1}{6}$

3　(1)　$y=-\dfrac{2}{3}x-3$　　(2)　$(-2,\ 7)$　　(3)　$\dfrac{43}{3}$

配点　各２点　14点満点

〈解説〉

1

(1)　長方形の土地の中につくった道路の道幅を x mとすると，道路よりも内側にある長方形の土地の縦の長さは$(40-2x)$m，横の長さは$(80-2x)$mと表される。道路よりも内側にある土地の面積は，もとの土地の面積より684m^{2}小さいので，次の方程式が成り立つ。

$(40-2x)(80-2x)=40\times 80-684$

(2)　$(40-2x)(80-2x)=40\times 80-684$

$(-2x+40)(-2x+80)=3200-684$

$(-2x)^2+(40+80)\times(-2x)+40\times 80=3200-684$

$4x^2-240x+3200=3200-684$

$4x^2-240x+684=0$

$x^2-60x+171=0$

$(x-3)(x-57)=0$

$x=3,\ 57$

$0<x<20$なので，$x=3$は問題に合う。

$x=57$は問題に合わない。

よって，土地の中につくった道路の道幅は３mである。

2

(1)　m，nのうち，少なくとも一方が偶数ということは，m，nのどちらも偶数であってもよい。

$1\leqq m\leqq 8$，$1\leqq n\leqq 6$なので，

・$m=1$のとき，$n=2$，4，6の3通り

・$m=2$のとき，$n=1$，2，3，4，5，6の6通り

・$m=3$のとき，$n=2$，4，6の3通り

・$m=4$のとき，$n=1$，2，3，4，5，6の6通り

・$m=5$のとき，$n=2$，4，6の3通り

・$m=6$のとき，$n=1$，2，3，4，5，6の6通り

・$m=7$のとき，$n=2$，4，6の3通り

・$m=8$のとき，$n=1$，2，3，4，5，6の6通り

以上より，$3\times 4+6\times 4=36$〔通り〕

〈別解〉

mの場合は1から8の8通りで，8通りそれぞれに対してnの場合は1から6の6通りなので，m，nのすべての場合の数は$8\times 6=48$〔通り〕である。

m，nのうち，少なくとも一方が偶数ということは，m，nのどちらも奇数にならなければよい。m，nのどちらも奇数になるのは，

・$m=1$のとき，$n=1$，3，5の3通り

・$m=3$のとき，$n=1$，3，5の3通り

・$m=5$のとき，$n=1$，3，5の3通り

・$m=7$のとき，$n=1$，3，5の3通り

よって，m，nのどちらも奇数になる場合の数は$3\times 4=12$〔通り〕なので，

$48-12=36$〔通り〕

⑵　$1\leqq x\leqq 8$，$1\leqq y\leqq 6$の範囲において，x座標，y座標ともに整数になる点は、

$y=\frac{1}{2}x$上では，$(x,\ y)=(2,\ 1)$，$(4,\ 2)$，$(6,\ 3)$，$(8,\ 4)$の4点

$y=\frac{12}{x}$上では，$(x,\ y)=(2,\ 6)$，$(3,\ 4)$，$(4,\ 3)$，$(6,\ 2)$の4点

m，nのすべての場合の数は48通りなので、求める確率は$\frac{4+4}{48}=\frac{1}{6}$

$\boxed{3}$

⑴　点A$(-6,\ 1)$は㋐のグラフ上の点なので，

$y=-\frac{2}{3}x+b$に$x=-6$，$y=1$を代入して，

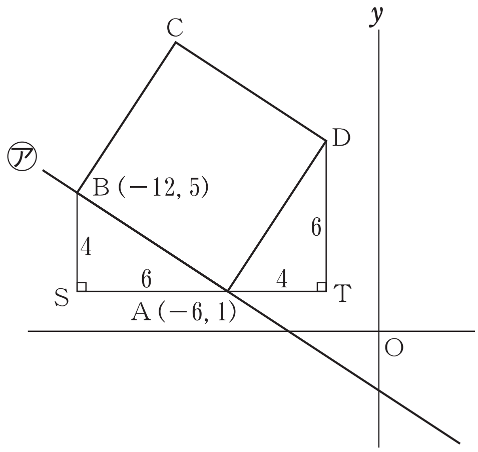
$1=-\frac{2}{3}\times(-6)+b$

これを解いて，$b=-3$

よって，関数㋐の式は$y=-\frac{2}{3}x-3$

⑵　点Bのy座標は5なので，

$y=-\frac{2}{3}x-3$に$y=5$を代入して，$5=-\frac{2}{3}x-3$
これを解いて$x=-12$となり，点Bの座標は
$(-12,\ 5)$である。
右の図において，△ABS≡△DATより，
BS＝AT＝5－1＝4,
AS＝DT＝－6－(－12)＝6
よって，点Dのx座標は－6＋4＝－2,
y座標は1＋6＝7となり，D(－2, 7)



(3)　下の図のように，直線BC上に，BQ＝2BCとなる点Qをとると，
△ABQ＝△ABC × 2, 正方形ABCD＝△ABC × 2なので，△ABQ＝正方形ABCDである。
点Qを通って線分ABに平行な直線とy軸との交点をRとすると，△ABR＝△ABQ＝正方形ABCDとなるので，点Rが求める点Pである。
　下の図で，△BCU≡△CQV≡△ABSなので，
BU＝CV＝AS＝6，CU＝QV＝BS＝4である。
よって，点Qのx座標は－12＋4＋4＝－4，y座標は5＋6＋6＝17となり，Q(－4, 17)
点Qを通って線分ABに平行な直線の式を
$y=-\frac{2}{3}x+c$とおき，$x=-4$，$y=17$を代入すると，
$17=-\frac{2}{3}\times(-4)+c$
これを解いて，$c=\frac{43}{3}$となるので，点Pのy座標は$\frac{43}{3}$である。