〈解答〉

1　(1)　$h+9$ (cm^2)

　(2)　$\frac{9}{4}$cm

2　(1)　ア　GC　イ　90　ウ　ECG　エ　2組の辺とその間の角

　(2)　$S_1:S_2=18:13$

配点　2(1)ア～エは各1点　他各2点　10点満点

〈解説〉

1　(1)　1辺の長さが1cmの正三角形の高さを$h$cmとするので，2つの底面積の和は，

$$\frac{1}{2}\times1\times h\times2=h\,〔\mathrm{cm}^2〕$$

また，側面は縦3cm，横1cmの長方形なので，3つの側面積の和は，

$$3\times1\times3=9\,〔\mathrm{cm}^2〕$$

なので，三角柱ABC－DEFの表面積は，

$$h+9\,〔\mathrm{cm}^2〕$$

と表される。

(2)　立体APQ－DEFの体積が三角柱ABC－DEFの体積の$\frac{1}{2}$になるとき，三角柱ABC－DEFから立体APQ－DEFを除いた四角すいA－BCQPの体積も三角柱ABC－DEFの体積の$\frac{1}{2}$になる。

BP＝CQ＝$x$cmとすると，四角すいA－BCQPの体積は，

$$\frac{1}{3}\times x\times1\times h=\frac{1}{3}hx\,〔\mathrm{cm}^3〕$$

と表され，三角柱ABC－DEFの体積は，

$$\frac{1}{2}\times1\times h\times3=\frac{3}{2}h\,〔\mathrm{cm}^3〕$$

と表されるので，

$$\frac{1}{3}hx=\frac{3}{2}h\times\frac{1}{2}$$

という方程式が成り立つ。これを解いて，

$$\frac{1}{3}hx=\frac{3}{4}h$$

$$x=\frac{9}{4}$$

したがって，BPの長さは$\frac{9}{4}$cmである。

2 (1) 〔証明〕

△GBCと△FDCにおいて,

四角形ABCDは正方形なので, BC＝DC …①

四角形CFEGは正方形なので, $\boxed{\text{ア　GC}}$ ＝FC …②

∠GCB＝ $\boxed{\text{イ　90}}$ °－∠ $\boxed{\text{ウ　ECG}}$ …③

∠FCD＝ $\boxed{\text{イ　90}}$ °－∠ $\boxed{\text{ウ　ECG}}$ …④

③, ④より, ∠GCB＝∠FCD …⑤

①, ②, ⑤より, $\boxed{\text{エ　2組の辺とその間の角}}$ がそれぞれ等しいので,

△GBC≡△EDC

(2) CE：ED＝２：１なので, 下の図のように,

CE＝$2a$, ED＝a

とおく。また, 正方形CFEGの対角線CEとFGの交点をHとすると,

CE⊥FG

FG＝$2a$ より, FH＝GH＝a

正方形ABCDの１辺は

CE＋ED＝$2a+a$

＝$3a$

なので, その面積 S_1 は,

$S_1=(3a)^2$

$=9a^2$

△CEGの底辺をCE, 高さをGHとすると,

△CEG＝$\frac{1}{2}\times 2a\times a$

$=a^2$

△FDCの底辺をCD, 高さをFHとすると,

△FDC＝$\frac{1}{2}\times 3a\times a$

$=\frac{3}{2}a^2$

△GBC≡△EDCなので,

△GBC＝△EDC＝$\frac{3}{2}a^2$

よって, 五角形ABGEDの面積 S_2 は,

S_2＝正方形ABCD－△CEG－△GBC

$=9a^2-a^2-\frac{3}{2}a^2$

$$=\frac{13}{2}a^2$$

以上より,

$$S_1 : S_2 = 9a^2 : \frac{13}{2}a^2$$

$$=18 : 13$$