〈解答〉

$\boxed{1}$　(1)　$27\pi\,\mathrm{cm}^3$　(2)　120度

$\boxed{2}$　(1)　ア　$\frac{1}{2}$　イ　≡　ウ　DNQ　エ　斜辺と１つの鋭角

(2)　$\frac{19}{32}$倍

配点　$\boxed{2}$のア～エは各１点　他各２点　10点満点

〈解説〉

$\boxed{1}$　(1)　底面の半円の面積は,

$$\pi\times3^2\times\frac{1}{2}=\frac{9}{2}\pi\,〔\mathrm{cm}^2〕$$

なので，体積は,

$$\frac{9}{2}\pi\times6=27\pi\,〔\mathrm{cm}^3〕$$

(2)　$\angle AO_1P=x°$とすると，図２の立体の２つの底面の面積の和は,

$$\pi\times3^2\times\frac{x°}{360°}\times2=\frac{\pi x}{20}\,〔\mathrm{cm}^2〕$$

曲面の側面積は,

$$2\pi\times3\times\frac{x°}{360°}\times6=\frac{\pi x}{10}\,〔\mathrm{cm}^2〕$$

２つの平面の側面積の和は,

$$3\times6\times2=36\,〔\mathrm{cm}^2〕$$

なので,

$$\frac{\pi x}{20}+\frac{\pi x}{10}+36=18\pi+36$$

という方程式が成り立つ。これを解くと,

$$\frac{\pi x}{20}+\frac{\pi x}{10}=18\pi$$

$$\pi x+2\pi x=360\pi$$

$$x=120°$$

$\boxed{2}$　(1)　〔証明〕

△BMPと△DNQにおいて,

仮定より，$\angle BPM=\angle DQN=90°$　…①

$BM=\boxed{ア\ \frac{1}{2}}BC$　…②

$DN=\boxed{ア\ \frac{1}{2}}AD$　…③

四角形ABCDは平行四辺形なので，

BC＝AD …④

②，③，④より，BM＝DN …⑤

ここで，AB＝CD，BM＝DN，∠ABM＝∠CDNより，△ABM $\boxed{\text{イ}\quad\equiv}$ △CDN なので，

∠BMP＝∠ $\boxed{\text{ウ}\quad\text{DNQ}}$ …⑥

①，⑤，⑥より，

直角三角形の $\boxed{\text{エ}\quad\text{斜辺と１つの鋭角}}$ がそれぞれ等しいので，

△BMP $\boxed{\text{イ}\quad\equiv}$ △DNQ

⑵　MとNを結ぶと，平行四辺形ABMN，DCMNはいずれも平行四辺形ABCDの面積の半分になる。また，

△ABM＝△AMN＝△CMN＝△CDN

なので，MとQを結ぶと，

CQ：QN＝AP：PM＝５：３

高さが等しい三角形の面積比は底辺の比と等しくなるので，

△DCQ＝△MCQ＝５

△DNQ＝△MNQ＝３

とすると，

△CDN＝△DCQ＋△DNQ

＝５＋３

＝8

また，

△ABM＝△AMN＝△CDN＝８

となるので，

五角形ABMQN＝△ABM＋△AMN＋△MNQ

＝８＋８＋３

＝19

平行四辺形ABCD＝８×４

＝32

以上より，

$19 \div 32 = \dfrac{19}{32}$〔倍〕