〈解答〉

1 (1) $70x=190(x-12)$ (2) 午前７時54分

2 (1) $\frac{1}{5}$ (2) 21通り

3 (1) $a=\frac{3}{2}$ (2) $\frac{27}{2}$ (3) $\frac{6}{5}$

配点　各２点　14点満点

〈解説〉

1 (1) 大輔さんの歩く速さは毎分70mなので，大輔さんが家を出発してからx分後には，家から$70\times x=70x$〔m〕の地点にいる。一方，お母さんは、大輔さんが出発してから$47-35=12$〔分〕後に家を出発したので，追いかけ始めてから大輔さんに追いつくまでの時間は$(x-12)$〔分〕である。お母さんの自転車の速さは毎分190mなので，この間に$190(x-12)$〔m〕進む。お母さんが大輔さんに追いつくということは，２人が同じ時刻に同じ地点にいるということなので，次の一次方程式が成り立つ。

$$70x=190(x-12)$$

(2) (1)でつくった一次方程式を解くと，

$$70x=190x-2280$$
$$-120x=-2280$$
$$x=19$$

以上より，大輔さんが家を出発してから19分後の午前7時54分に，お母さんは大輔さんに追いつくことになる。

なお，大輔さんが家を出発してから学校につくまでにかかる時間は

$1500\div 70=\frac{150}{7}=21\frac{3}{7}$〔分〕であり，

$19<21\frac{3}{7}$なので，$x=19$は問題に合っている。

2 (1) 袋Aから取り出した球に書かれている数字の場合の数は６通りで，それぞれに対して，袋Bから取り出した球に書かれている数字の場合の数は５通りなので，すべての場合の数は$6\times 5=30$〔通り〕である。

$\frac{b}{a}$が整数になるためには，aがbの約数になっていればよく，このような組み合わせは，$(a, b)=(2, 6)$，$(2, 12)$，$(4, 12)$，$(6, 6)$，$(6, 12)$，$(12, 12)$の６通りなので，その確率は$\frac{6}{30}=\frac{1}{5}$である。

(2) すべての場合の数である30通りの中には，$\frac{b}{a}$の値が同じになるものがある。

・$(a, b)=(4, 6)$，$(6, 9)$，$(8, 12)$，$(10, 15)$の場合

$\frac{b}{a}=\frac{3}{2}$で，$(a, b)=(2, 3)$の場合と同じである。

・$(a, b)=(4, 12)$の場合

$\frac{b}{a}=3$で，$(a, b)=(2, 6)$の場合と同じである。

・$(a, b)=(8, 6)$，$(12, 9)$の場合

$\frac{b}{a}=\frac{3}{4}$で，$(a, b)=(4, 3)$の場合と同じである。

・$(a, b)=(12, 6)$の場合

$\frac{b}{a}=\frac{1}{2}$で，$(a, b)=(6, 3)$の場合と同じである。

・$(a, b)=(12, 12)$の場合

$\frac{b}{a}=1$で，$(a, b)=(6, 6)$の場合と同じである。

よって，$\frac{b}{a}$の値は$30-(4+1+2+1+1)=21$〔通り〕あることになる。

3 (1) 点Aは関数㋐のグラフ上の点なので，㋐の式である$y=\frac{1}{2}x+3$に$x=3$を代入すると，$y=\frac{1}{2}\times 3+3=\frac{9}{2}$となり，点Aの座標は$(3, \frac{9}{2})$である。また，点Aは関数㋑のグラフ上の点でもあるので，㋑の式である$y=ax$に$x=3$，$y=\frac{9}{2}$を代入すると，$\frac{9}{2}=3a$となり，これを解いて$a=\frac{3}{2}$である。

(2) ㋐の式$y=\frac{1}{2}x+3$に$y=0$を代入すると，$0=\frac{1}{2}x+3$となり，これを解くと$x=-6$なので，点Bの座標は$(-6, 0)$である。△OABの辺OBを底辺とすると，その長さは$0-(-6)=6$，高さは$\frac{9}{2}-0=\frac{9}{2}$なので，△OABの面積は$\frac{1}{2}\times 6\times\frac{9}{2}=\frac{27}{2}$である。

(3) 点Pのx座標をtとおくと，点P、Q、Rはいずれもx座標が等しいので，それぞれの座標は$P(t, \frac{1}{2}t+3)$，$Q(t, 0)$，$R(t, \frac{3}{2}t)$と表され，$PR=(\frac{1}{2}t+3)-\frac{3}{2}t=-t+3$，$RQ=\frac{3}{2}t$である。

ここで，PR＝RQより$-t+3=\frac{3}{2}t$という式が成り立ち，これを解いて$t=\frac{6}{5}$となる。よって，点Pのx座標は$\frac{6}{5}$である。